

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

# SUZANA MATOS FRANÇA DE OLIVEIRA

# SIMULAÇÃO DE TECIDO EM MALHA TRIANGULAR: UM ESTUDO SOBRE A ADAPTATIVIDADE DA MALHA

FORTALEZA, CEARÁ

2013

# SUZANA MATOS FRANÇA DE OLIVEIRA

# SIMULAÇÃO DE TECIDO EM MALHA TRIANGULAR: UM ESTUDO SOBRE A ADAPTATIVIDADE DA MALHA

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação.

Área de concentração: Computação Gráfica

Orientador: Prof. Dr. Creto Augusto Vidal

Coorientador: Prof. Dr. Joaquim Bento Cavalcante Neto

## FORTALEZA, CEARÁ

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação Universidade Federal do Ceará Biblioteca de Ciências e Tecnologia

O51s	Oliveira, Suzana Maria França de. Simulação de malha triangular: um estudo sobre a adaptatividade da malha. / Suzana Maria França
	Oliveira. – 2013.
	72f. : il., color., enc. ; 30 cm.
	Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de
	Computação, Programa de Pós Graduação em Ciência da Computação, Fortaleza, 2013.
	Área de Concentração: Computação Gráfica.
	Orientação: Prof. Dr. Creto Augusto Vidal.
	Coorientação: Prof. Dr, Joaquim Bento Cavalcante Neto
•	
	1. Animação por computador. 2. Métodos de Simulação. 3. Trabalhos em tecido. I. Título.
	CDD 005

#### **RESUMO**

A animação de tecido vem sendo estudada abundantemente nas últimas décadas por haver demanda na indústria do entretenimento bem como no comércio eletrônico de roupas. Esse tipo de animação, na maioria das vezes, é feita com base em simulação física, havendo muito gasto computacional. Esse trabalho tenta usufruir de vários modelos para diminuir esse gasto. É feito uma modelagem do tecido com uma malha triangular e usa-se um modelo massamola-amortecedor para simular as forças entre as partículas, que são os vértices dessa malha. Dependendo da disposição do modelo do tecido e dos objetos da cena, são detectadas colisões entre eles. A malha é discretizada ou simplificada, levando em consideração a compressão, a colisão e a curvatura das molas, para que seja usada uma malha boa em cada passo ao longo da animação. Portanto, o objetivo principal desse trabalho é estudar o comportamento do tecido utilizando o modelo de remalhamento para adaptar essa malha.

**Palavras-chave:** Animação de tecido. Simulação física. Malha adaptativa. Sistema massa-molaamortecedor.

#### ABSTRACT

In the last decades, cloth animation has been the focus of much research, due to demands from the entertainment industry and from e-commerce. That type of animation is most often the result of a physics-based simulation and has a great computational cost. This work investigates how to reduce the computational cost of the simulation, by refining the mesh only in regions that need a fine level of detail. The fabric model consists of a triangular mesh and uses a spring-mass-damper system to compute the forces among the particles, which are located at the mesh's vertices. The collision detection depends on the arrangement of the cloth model and the objects in the scene. The mesh is refined or simplified, taking into account the spring compression, collision and curvature, so the simulation uses a better mesh every time step. Therefore, this work's main objective is to study the dynamic behavior of cloth, using a remeshing procedure in order to adapt the mesh.

Keywords: Fabric animation. Physics simulation. Adaptive mesh. Spring-mass-damper system.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Usos da animação de tecido.	12
Figura 1.2	Malhas com diferentes densidades.	13
Figura 2.1	Modelos utilizados em duas abordagens de simulação dinâmica.	17
Figura 2.2	Mola-amortecedor.	17
Figura 2.3	Conectividade em uma malha quadrilateral no modelo massa-mola.	18
Figura 2.4	Conectividade em uma malha triangular no modelo massa-mola	18
Figura 2.5	Flambagem em um tecido real. Fonte: (CHOI; KO, 2002).	19
Figura 2.6	Flambagem em objetos rígidos.	19
Figura 2.7	Executando um refinamento-h (subdivisão 1-para-4) na face indicada	21
Figura 2.8	Alguns tipos de subdivisões regulares.	22
Figura 2.9	Executando refinamento-p na face indicada.	22
Figura 2.10	Executando refinamento-r na face indicada.	22
Figura 2.11	Executando o primeiro tipo de remalhamento na área indicada.	23
Figura 2.12	Operadores de remalhamento.	23
Figura 3.1	Subdivisão adaptativa 4-8 na aresta central. Fonte: (BIRRA; SANTOS, 2008).	26
Figura 3.2	Descontinuidade geométrica. Fonte: (BIRRA; SANTOS, 2008)	26

Figura 3.3	Resultado. Fonte: (BIRRA; SANTOS, 2008).	27
Figura 3.4	Refinamento em cascata.	27
Figura 3.5	Demonstração da estrutura de dados, onde as faces estão representadas em amarelo, as arestas em cinza e os vértices em azul. Fonte: (SIMNETT <i>et al.</i> , 2009).	28
Figura 3.6	Estados de um triângulo. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).	29
Figura 3.7	Critério de tamanho de aresta. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).	30
Figura 3.8	Critério de colisão. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).	30
Figura 3.9	Critério de curvatura. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).	30
Figura 3.10	Resultados. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).	31
Figura 4.1	Diagrama de fluxo do algoritmo em alto nível.	32
Figura 4.2	Área de influência de uma partícula.	34
Figura 4.3	Elemento de flexão com um ângulo diedral $\pi - \theta$ . Fonte: (BRIDSON <i>et al.</i> , 2003).	37
Figura 4.4	Modos de movimento.	37
Figura 4.5	Tipos de colisão.	39
Figura 4.6	Força de repulsão. Fonte: (PARENT, 2012).	40
Figura 4.7	Diagrama de fluxo dos passos para usar o remalhamento	41
Figura 4.8	Critério de compressão.	42

Figura 4.9	Critério de colisão.	42
Figura 4.10	Critério de curvatura.	43
Figura 4.11	Limite de curvatura.	43
Figura 4.12	Suavização da adaptatividade.	44
Figura 4.13	Borda a ser remalhada.	45
Figura 4.14	Divisão da aresta de borda.	45
Figura 4.15	Fronteira e <i>quadtree</i> gerada. Fonte: (FREITAS, 2010)	47
Figura 5.1	Posição inicial do tecido no Teste I. A partícula que terá sua posição analisada está marcada.	49
Figura 5.2	Resultados do Teste I. Cada coluna corresponde a uma simulação: coluna da esquerda - Malha grosseira; coluna central - Malha adaptativa; coluna da direita - Malha refinada.	51
Figura 5.3	Número de elementos por tempo nas malhas no Teste I.	52
Figura 5.4	Gráfico posição vs. tempo da partícula <i>P</i> do tecido no Teste I	52
Figura 5.5	Variáveis no passo de tempo no Teste I.	53
Figura 5.6	Posição inicial do tecido no Teste II. A partícula que terá sua posição analisada está marcada.	54
Figura 5.7	Resultados do Teste II. Cada coluna corresponde a uma simulação: coluna da esquerda - Malha grosseira; coluna central - Malha adaptativa; coluna da direita - Malha refinada.	56
Figura 5.8	Número de elementos por tempo nas malhas no Teste II.	57

Figura 5.9	Gráfico posição vs. tempo da partícula <i>P</i> do tecido no Teste II	57
Figura 5.10	Variáveis no passo de tempo no Teste II.	58
Figura 5.11	Posição inicial do tecido no Teste III.	59
Figura 5.12	Resultados do Teste III. Cada coluna corresponde a uma simulação: coluna da esquerda - Subdivisão 1-para-4 (SIMNETT <i>et al.</i> , 2009); coluna da direita - Remalhamento.	61
Figura 5.13	Número de elementos por tempo nas malhas no Teste III	62
Figura 5.14	Variáveis no passo de tempo no Teste III.	62

# LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1	Parâmetros usados no Teste I.	50
Tabela 5.2	Tempos de simulação do Teste I.	53
Tabela 5.3	Parâmetros usados no Teste II.	55
Tabela 5.4	Tempos de simulação do Teste II.	58
Tabela 5.5	Parâmetros usados no Teste III.	60
Tabela 5.6	Tempos de simulação do Teste III.	62

# SUMÁRIO

1 Int	rodução	12
1.1	Motivação	12
1.2	Estrutura do trabalho	14
2 Co	nceitos e Definições	15
2.1	Introdução	15
2.2	Propriedades dos tecidos	15
2.3	Simulação de tecidos	15
2.3.1	Modelo dinâmico	15
2.3.2	Abordagens para simulações físicas	16
2.3.2.1	Topologia da malha	18
2.3.3	Flambagem	19
2.3.4	Animação e <i>draping</i> de tecido	20
2.4	Adaptatividade em malhas triangulares	20
2.4.1	Esquemas de refinamento adaptativo da malha	21
2.4.1.1	Esquema h	21
2.4.1.2	Esquema p	22
2.4.1.3	Esquema r	22
2.4.1.4	Remalhamento local	23
2.5	Considerações finais	23
3 Tra	balhos Relacionados	25
3.1	Introdução	25
3.2	Subdivisão 4-8	25
3.2.1	Modelo de Birra e Santos (2008)	25
3.2.1.1	Vantagens e desvantagens	27
3.3	Subdivisão 1-para-4	28
3.3.1	Modelo de Simnett <i>et al.</i> (2009)	28
3.3.1.1	Vantagens e desvantagens	31

3.4	Considerações finais	31
4 Téc	enica Proposta	32
4.1	Introdução	32
4.2	Visão geral do algoritmo	32
4.3	Parâmetros do modelo	33
4.3.1	Propriedades do material	33
4.3.2	Parâmetros das partículas	33
4.3.2.1	Área de influência	33
4.3.2.2	Massa	34
4.3.2.3	Coeficiente de arrasto	34
4.3.3	Parâmetros das molas	34
4.3.3.1	Constante elástica	34
4.3.3.2	Constante de amortecimento	35
4.3.4	Passo de tempo dinâmico	35
4.4	Cálculo das forças	35
4.4.1	Forças internas	36
4.4.1.1	Forças no plano do tecido	36
4.4.1.2	Força fora do plano do tecido	36
4.4.2	Forças externas	39
4.4.2.1	Forças de impacto	39
4.5	Remalhamento	40
4.5.1	Critérios de adaptatividade	41
4.5.1.1	Critério de compressão da mola	41
4.5.1.2	Critério de colisão de aresta	42
4.5.1.3	Critério de curvatura da aresta	42
4.5.1.4	Suavização da adaptatividade	43
4.5.2	Fator de densidade	44
4.5.3	Remoção dos elementos	45
4.5.4	Geração da malha	46
4.5.5	Atualização de valores	46

4.6	Considerações finais	48
5 R	esultados	49
5.1	Introdução	49
5.1.1	Aspectos técnicos	49
5.2	Teste I: Acomodação do tecido sobre o Stanford Bunny	49
5.2.1	Descrição do teste	49
5.2.2	Resultados	50
5.2.3	Análise de resultados	52
5.3	Teste II: Acomodação de uma toalha de mesa sobre uma mesa circular	54
5.3.1	Descrição do teste	54
5.3.2	Resultados	54
5.3.3	Análise de resultados	55
5.4	Teste III: Acomodação de um tecido sobre uma esfera	59
5.4.1	Descrição do teste	59
5.4.2	Resultados	59
5.4.3	Análise de resultados	59
5.5	Considerações finais	63
6 C	onclusão	64
6.1	Trabalhos futuros	65
Referências Bibliográficas		66

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

A animação de tecidos é um tema que vem sendo bastante abordado nas últimas décadas na área de computação gráfica. Existem diversas áreas do entretenimento e do comércio eletrônico que fazem grande uso desse estudo. Alguns exemplos importantes são: a indústria de jogos (Figura 1.1a), que tenta cada vez mais exibir resultados realistas; filmes animados (Figura 1.1b) e *live action* (Figura 1.1c), que utilizam-se dessa técnica para melhorar seus efeitos visuais; na indústria da moda, esse artifício pode ser usado no design de roupas (Figura 1.1d), o que possibilita testá-las antes de costurá-las, fazer desfiles virtuais (Figura 1.1e) e colocá-las à venda em lojas virtuais (Figura 1.1f).



Figura 1.1: Usos da animação de tecido.

Existem várias formas de fazer uma animação de tecido. A mais simples é quando o usuário tem o controle da posição de cada parte do tecido, podendo animá-lo da maneira que desejar. Porém, esse método, na maioria das vezes, não permite simular o movimento do tecido realisticamente, e, além disso, pode ser muito trabalhoso, caso seja necessária uma grande sequência de quadros para produzir a animação. Outra maneira, é realizar a animação através de programas auxiliares que simulam o comportamento dinâmico do tecido. Essa forma de produzir animação de tecidos gera resultados bastante realistas, e reduz sobremaneira o trabalho do animador, quando comparado com técnicas baseadas em quadros chaves.

Os métodos de animação de tecidos baseados em simulações físicas podem ser agrupados em duas abordagens distintas: a abordagem da dinâmica do contínuo; e a abordagem por sistemas de partículas. Na dinâmica do contínuo, o tecido é considerado como um material contínuo e o problema é governado por equações diferenciais parciais que são resolvidas tradicionalmente pelo Método dos Elementos Finitos. Essa abordagem, no entanto, exige um esforço computacional muito elevado que se traduz em simulações ineficientes para aplicações de tempo real.

Nos modelos de partículas, o tecido é geralmente representado como um conjunto de partículas ligadas por molas e amortecedores. As molas e amortecedores são projetados de forma que os comportamentos de alongamento, compressão, cisalhamento e flexão do tecido sejam modelados adequadamente (CARVALHO, 2012). Apesar de ser uma abordagem menos precisa, quando comparada com a abordagem contínua, ela é bastante utilizada devido à sua eficiência computacional e por gerar movimentos plausíveis em tempo real.

O realismo em uma animação depende, principalmente, do estudo aprofundado de quais seriam os valores dos parâmetros do modelo mais adequados a serem utilizados. Muitos estudos utilizam os dados experimentais obtidos, por exemplo, pelo sistema de avaliação Kawabata (KAWABATA, 1975).

Métodos numéricos para resolução de problemas de valores iniciais (PVI) são utilizados na animação e uma grande quantidade de métodos, contendo cada um suas vantagens e desvantagens, já foi proposta (KANG; CHO, 2004; ZHOU *et al.*, 2005; JIANG; WANG, 2010; OH *et al.*, 2008; BARAFF; WITKIN, 1998; CAILIANG *et al.*, 2010). O uso de diferentes procedimentos numéricos pode gerar diferentes animações para uma mesma cena. Assim, tudo dependerá do propósito final da simulação, levando em conta os fatores de realismo, eficiência computacional e estabilidade numérica.

A malha utilizada para modelar o tecido também pode exercer influência significativa na qualidade bem como nos tipos de exemplos que poderão ser utilizados. O tecido pode ser representado, por exemplo, através de uma malha quadrilateral e regular ou através de uma malha triangular não regular. Entretanto, a ultima alternativa permite a geração de exemplos com maior complexidade geométrica, podendo por exemplo modelar um tecido circular. A densidade dos vértices influencia no resultado final da simulação, proporcionando dobras e rugas mais bem formadas e também uma melhor acomodação da malha do tecido com os objetos da cena (Figura 1.2), contudo, um número elevado de vértices pode acarretar no aumento do tempo de simulação.



Figura 1.2: Malhas com diferentes densidades.

O refinamento adaptativo da malha pode ser aplicado em diversos problemas de física e também de engenharia, como: transferência de calor, dinâmica de fluídos, combustão, ciência de materiais, entre outros. Esse tipo de refinamento é útil principalmente para problemas que se desenvolvem com o tempo e que em certas regiões ocorrem mudanças rápidas, necessitando de grande quantidade de pontos nesses locais.

Por outro lado, a simplificação de malha pode ser aplicada em situações em que não é necessário utilizar uma distribuição muito densa de elementos ou pontos para simular uma certa sub-região. Sendo assim, para obter melhorias, técnicas dinâmicas de refinamento e simplificação da malha do tecido vêm sendo propostas (THINGVOLD; COHEN, 1990; HUTCHINSON *et al.*, 1996; HOWLETT; HEWITT, 1998; ETZMUß *et al.*, 2000; VILLARD; BOROUCHAKI, 2002; ZHANG; YUEN, 2001; LI; VOLKOV, 2005; BIRRA; SANTOS, 2008; SIMNETT *et al.*, 2009; BROCHU *et al.*, 2012; LEE *et al.*, 2010). A utilização desses artifícios em pontos específicos do tecido faz com que a grade se modifique dependendo da complexidade e do comportamento da animação.

Este trabalho aborda o problema da adaptatividade da malha usada para modelar um tecido. Dependendo da interação do tecido com os objetos da cena, sub-regiões do tecido podem sofrer refinamentos ou simplificações. Assim, a cada passo de tempo, procura-se obter uma malha ótima tanto para a visualização como para a integração numérica. Visualmente, esse método tenta fazer com que o tecido não penetre nos objetos com os quais entra em contato, ao mesmo tempo em que tenta manter o número de partículas do modelo menor do que o exigido por uma malha uniformemente refinada. O menor número de partículas acarreta uma simulação com menor esforço computacional.

Neste trabalho, a adaptatividade de malha é discutida no contexto da animação de tecidos que colidem com objetos estáticos de um cenário. Para detectar essas colisões, foi utilizado um algoritmo de detecção de colisões da biblioteca Bullet. O método numérico escolhido para fazer a integração numérica foi o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

#### 1.2 Estrutura do trabalho

O restante deste trabalho está organizado em cinco capítulos. O Capítulo 2 apresenta alguns conceitos básicos acerca de animação de tecido e adaptatividade de malha. O Capítulo 3 introduz os trabalhos relacionados a refinamento e simplificação de malha para tecido, tratando com detalhes dois métodos de refinamento e simplificação. No Capítulo 4, são apresentados os elementos que fazem parte do modelo físico e os passos do algoritmo de adaptatividade da malha. No Capítulo 5, são apresentados os testes realizados e os resultados obtidos. No Capítulo 6, são feitas algumas considerações finais.

## 2 CONCEITOS E DEFINIÇÕES

#### 2.1 Introdução

Neste capítulo, alguns dos conceitos relevantes para o entendimento deste trabalho são apresentados. Na Seção 2.2, são mostradas as propriedades mais importantes relativas aos tecidos. Na Seção 2.3, são discutidos alguns conceitos básicos relacionados à simulação de tecido. E, por fim, na Seção 2.4, são apresentados os mais comuns esquemas de adaptatividade local de malhas triangulares.

#### 2.2 Propriedades dos tecidos

Roupas têm propriedades únicas e, ao mesmo tempo, diferentes entre si. Tecidos como jeans ou cetim possuem baixa elasticidade, enquanto tecidos compostos por elastano possuem alta elasticidade, ajustando-se de maneira natural ao corpo humano. Quase sempre os fios de trama e do urdume em um tecido são diferentes, assim proporcionando elasticidades diferentes dependendo da direção.

Quando um tecido é tracionado em orientações distintas, os valores das deformações medidos em cada uma dessas direções são diferentes, deste modo, pode-se afirmar que o comportamento do tecido é anisotrópico, ou seja, suas propriedades mecânicas variam de acordo com a direção da deformação. Entretanto, em diversas pesquisas o tecido é tido como tendo um comportamento isotrópico, isto é, tendo as mesmas propriedades em todas as direções. Isso acontece principalmente em trabalhos envolvendo sistemas de partículas, por causa da dificuldade que esses modelos têm em representar precisamente comportamentos anisotrópicos (PROVOT, 1995; VOLINO *et al.*, 1995; OH *et al.*, 2006; THOMASZEWSKI *et al.*, 2006). Assumir que o tecido é ortotrópico também é muito considerado (ETZMUß *et al.*, 2003), sobretudo quando se trabalha com malhas quadrilaterais. Os modelos baseados na abordagem contínua representam com mais facilidade o comportamento anisotrópico do tecido (BARAFF; WITKIN, 1998; THOMASZEWSKI *et al.*, 2009).

Uma característica importante das propriedades elásticas do tecido é sua não linearidade (PROVOT, 1995; ETZMUß *et al.*, 2003; BRIDSON *et al.*, 2002; DESBRUN *et al.*, 1999; SIMNETT *et al.*, 2009; WANG; DEVARAJAN, 2008; THOMASZEWSKI *et al.*, 2006). No entanto, tratar as propriedades do tecido como não lineares durante uma simulação requer um custo computacional bastante elevado (TERZOPOULOS; WITKIN, 1988; VOLINO *et al.*, 2010; IRVING *et al.*, 2004), por esse motivo, na maioria das vezes, simplificações são adotadas e a elasticidade passa a ser tratada como linear. Contudo, essa linearização pode trazer consequências para a simulação, tais como o superalongamento das molas cujas constantes elásticas são muito baixas. Esse superalongamento é removido de forma artificial em uma fase de pós-processamento da simulação (PROVOT, 1995).

#### 2.3 Simulação de tecidos

#### 2.3.1 Modelo dinâmico

A Dinâmica trata do movimento dos corpos que estão sob a ação de forças, e a segunda lei de Newton, que é o princípio fundamental da dinâmica, rege o comportamento do tecido. Essa lei é escrita:

$$\mathbf{Ma} = \mathbf{f},\tag{2.1}$$

em que **f** representa o vetor da força resultante exercida sobre o corpo, **M** é a matriz associada à massa do corpo, e **a** é o vetor que representa a aceleração provocada no corpo pela força **f**.

A Equação (2.1) pode ser reescrita como uma equação diferencial de segunda ordem, conforme mostrado a seguir:

$$\frac{d^2 \mathbf{x}^t}{dt^2} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}^t, \qquad (2.2)$$

onde  $\mathbf{x}^t$  e  $\mathbf{f}^t$  representam, respectivamente, os vetores posição e força do corpo em um determinado tempo *t*. A Equação (2.2), por sua vez, pode ser decomposta em duas equações diferenciais de primeira ordem, resultando no seguinte sistema:

$$\begin{pmatrix} \frac{d\mathbf{x}^{t}}{dt} \\ \frac{d\mathbf{v}^{t}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}^{t} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}^{t} \end{pmatrix},$$
(2.3)

onde  $v^t$  representa, o vetor velocidade do corpo em um determinado tempo *t*. Assim, os novos estados do tecido ao longo do tempo, isto é, os vetores posição e velocidade do corpo, podem ser obtidos com a integração numérica do sistema dado na Equação (2.3).

Existem vários métodos para a resolução desse sistema cada um com suas vantagens e desvantagens (CARVALHO, 2012). O método explícito de Euler é o mais fácil e simples que pode ser utilizado, mas, assim como outros métodos explícitos, tais como o método do ponto intermediário, o método de Runge-Kutta e o método de Verlet (JIANG; WANG, 2010), este precisaria de um passo de tempo muito pequeno para que resultados inválidos não sejam gerados. Para que passos de tempo maiores possam ser utilizados, métodos implícitos precisam ser adotados. Tais métodos resultam em um sistema linear, cuja resolução ainda é fonte de várias pesquisas atualmente (KANG; CHO, 2004; ZHOU *et al.*, 2005).

#### 2.3.2 Abordagens para simulações físicas

Alguns trabalhos não possuem uma especificação clara do tipo de abordagem utilizada para resolver o problema de simulação física de tecido. Porém, neste trabalho, são definidos dois tipos distintos: a abordagem contínua e a abordagem discreta, também conhecida como abordagem por sistema de partículas.

A principal diferença entre as duas abordagens pode ser vista no fato de que a



Figura 2.1: Modelos utilizados em duas abordagens de simulação dinâmica.

abordagem contínua avalia o corpo a partir de uma visão do comportamento de elementos infinitesimais em cada ponto do domínio. A Figura 2.1 mostra uma representação bidimensional do domínio de cada uma das abordagens como explicado anteriormente.

Na abordagem contínua, a equação diferencial parcial que governa o comportamento dinâmico do corpo é deduzida a partir do estudo do equilíbrio dinâmico de um elemento infinitesimal genérico no interior do domínio. A solução dessa equação diferencial leva em conta as condições que definem o estado do corpo no início da simulação (condições iniciais), as condições que estabelecem deslocamentos e forças prescritos em regiões específicas do domínio (condições de contorno) e as relações constitutivas entre as tensões e as deformações. Essas relações constitutivas são funções definidas a partir de propriedades dos materiais componentes do corpo (NEALEN *et al.*, 2006; VOLINO *et al.*, 2010).

Por outro lado, o sistema de partículas primeiramente discretiza o corpo e, em seguida, faz o estudo do comportamento das partículas. Para isso, é necessário haver a definição das interações entre as partículas e da massa de cada uma delas.

O método de elementos finitos aplicado a simulação de tecidos (TERZOPOULOS *et al.*, 1987; ETZMUß *et al.*, 2003) é definido como uma abordagem contínua. A discretização do domínio é realizada posteriormente, com isso, alguns trabalhos que utilizam a formulação em que a massa é concentrada nos nós da malha de elementos finitos são vistos como pertencentes à abordagem de sistemas de partículas. Contudo, como já foi apontado, sistemas de partículas são aqueles em que o corpo é discretizado antes da formulação das equações. Vale ressaltar que, os estudos feitos com *meshless* também estão inclusos na abordagem contínua (YUAN *et al.*, 2008; YUAN *et al.*, 2009).

No caso específico deste trabalho, o tecido é representado por uma malha, de modo que, os vértices são partículas que contêm uma massa proporcional a sua área de influência. De forma geral, há várias formas de representar a interação entre partículas, como, por exemplo, através da atração gravitacional como a que acontece entre os planetas. Porém, esta pesquisa usa de fato molas que são regidas pela lei de Hooke. Esse tipo de sistema também é conhecido como massa-mola-amortecedor, onde cada par de partículas está conectado por um sistema mola-amortecedor (Figura 2.2). As topologias existentes para a disposição dessas conexões serão apresentadas a seguir.



Figura 2.2: Mola-amortecedor.

O sistema massa-mola é incapaz de simular com precisão a realidade (GELDER, 1998), entretanto, havendo uma boa escolha dos parâmetros, a simulação pode ser fisicamente plausível (WANG; DEVARAJAN, 2005). Devido a sua simplicidade e agilidade, essa abordagem é uma escolha adequada para simulação dinâmica de tecidos. Entretanto não poderia ser utilizado em uma simulação de realidade virtual médica em que a exatidão da resposta é indispensável.

#### 2.3.2.1 Topologia da malha

A topologia mais utilizada para modelar um tecido é uma estrutura com padrões em uma malha quadrilateral (PROVOT, 1995; VILLARD; BOROUCHAKI, 2002), representada na Figura 2.3. A maior dificuldade de se trabalhar com esse modelo vem do fato de que sua estrutura regular limita a criação de modelos mais complexos cujos domínios têm contornos irregulares ou que colidem com objetos de formas arbitrárias.



Figura 2.3: Conectividade em uma malha quadrilateral no modelo massa-mola.

Para conseguir tratar problemas com modelos complexos, geralmente uma malha triangular é utilizada, conforme mostrada na Figura 2.4. Tal modelo trata todas as arestas da malha como molas estruturais que também já agem como molas de cisalhamento devido à estrutura da malha (WANG; DEVARAJAN, 2008). Para gerar um modelo de molas completo, molas de flexão, conectando dois vértices opostos a uma aresta, são incluídas. No entanto, em ambas as estruturas, as molas de flexão podem exercer influência na força produzida pelas molas estruturais (VOLINO; MAGNENAT-THALMANN, 2006).

As malhas triangulares, em grande maioria, estão presentes em modelos baseados na abordagem contínua (ETZMUß *et al.*, 2003; VOLINO *et al.*, 2010), contudo, algumas pesquisas baseadas em modelos massa-mola já fizeram uso das mesmas (OH *et al.*, 2006; WANG; DEVARAJAN, 2008).



Figura 2.4: Conectividade em uma malha triangular no modelo massa-mola.

## 2.3.3 Flambagem

Uma característica marcante do tecido é o aparecimento de dobras e rugas (Figura 2.5). Para que essa característica possa ser representada precisamente, o nível de discretização do modelo do tecido tem de ser compatível com o nível de detalhamento requerido. Muitas dessas dobras e rugas são causadas pelo fenômeno de instabilidade do tecido quando sujeito a forças de compressão. Sendo assim, o tecido necessita ser refinado após a ocorrência desse evento (SIMNETT *et al.*, 2009).



Figura 2.5: Flambagem em um tecido real. Fonte: (CHOI; KO, 2002).

O fenômeno de flambagem ocorre em corpos finos, mais especificamente, nos elementos que possuem uma área de secção transversal pequena em relação ao seu comprimento. Quando esses corpos são submetidos a compressão de magnitude crítica, isto é, uma força no eixo longitudinal que leva o corpo a um ponto de equilíbrio instável (ponto de bifurcação).

Em materiais rígidos a aplicação dessa carga, como mostrado na Figura 2.6, causa a flexão do objeto para um dos lados. A direção da flambagem tende a se definir por conta de uma pequena perturbação (Figura 2.6b). Quando essa força cessa, o objeto tende a retornar ao seu estado inicial. Porém, quando a carga é maior do que a carga que o material suportaria, este pode se romper (Figura 2.6c), ou, como no caso de uma lata, o objeto pode entrar em um estado estável de equilíbrio pós-flambagem, não retornando mais ao seu estado de equilíbrio inicial, ocasionado o aparecimento de vincos permanentes.

No caso de um tecido, esse fenômeno ocorre de maneira diferente. Apesar do tecido ser um sólido, ele é um material maleável e flexível, o que o difere dos sólidos em geral. Um exemplo do que acontece com um tecido real pode ser visto na Figura 2.5. A flambagem nunca irá causar rasgos no tecido independentemente da magnitude da carga aplicada em sua direção



Figura 2.6: Flambagem em objetos rígidos.

axial. Assim, é fácil perceber que esse processo causa o aparecimento de um estado constituído de dobras e rugas em um tecido. Esse estado é estável, mas pode retornar ao seu estado anterior.

#### 2.3.4 Animação e draping de tecido

A animação e o *draping* de um tecido são problemas que precisam da simulação física desse objeto. Enquanto a animação está interessada em todos os passos da simulação dinâmica, o *draping* necessita somente da posição de acomodação do tecido depois de sua interação com o ambiente.

A animação de um tecido é o resultado visual das funções temporais obtidas a partir da solução numérica de uma equação diferencial que governa o comportamento dinâmico do tecido. Essa equação pode ser deduzida através da análise do equilíbrio estático de um elemento infinitesimal do domínio (Figura 2.1) em que a resultante de todas as forças aplicadas sobre ele, incluindo a força de inércia, deve ser nula (Princípio de d'Alembert). Numericamente, essas funções temporais são obtidas de forma discretizada, isto é, em instantes predefinidos do tempo. As configurações do tecido em cada um desses instantes definem os chamados quadros da animação. Para se conseguir cada quadro, deve-se fazer uma integração numérica em cada intervalo, a partir do estado inicial do tecido. O movimento suave do tecido é visualizado ao juntar os quadros escolhidos.

O estado de equilíbrio de um tecido pode ser encontrado de várias maneiras. Um modo é tratando o *draping* como um subproblema de animação. O passo final é encontrado depois de descartar todos os quadros da trajetória. Outro meio é usando um resolvedor quase estático para encontrar a solução. Esse método é bastante visto em termodinâmica, em que o processo ocorre tão devagar que pode ser tratado a cada passo de tempo como estático, de forma que as forças de inércia, as forças dissipativas e a velocidade podem ser desprezadas (MAGNENAT-THALMANN, 2010). O segundo modo resolve o problema com menos esforço.

#### 2.4 Adaptatividade em malhas triangulares

Neste trabalho, o modelo geométrico do tecido é representado através de uma malha de triângulos que pode ser adaptada de acordo com necessidades locais das sub-regiões do domínio.

A maioria das malhas quadrilaterais enquadra-se na categoria de malha estruturada ou regular pelo fato delas possuírem padrões. As malhas compostas por triângulos, por sua vez, quase sempre são malhas que não apresentam regularidade topológica, de modo que o número de arestas incidentes em cada nó varia (malha não estruturada). Já a malha semiestruturada, é uma malha não estruturada que passou por um processo de refinamento regular.

Para que possa ser feito o cálculo numérico, a malha tem que estar conforme, isto é, todos as faces devem ser triângulos ou quadriláteros, dependendo do tipo da malha, e não pode existir um encontro entre duas arestas em que não exista um vértice (FREITAS, 2010). Alguns estudos utilizam malhas não-conformes no algoritmo geral, todavia, sempre há conformação antes do método numérico (LI; VOLKOV, 2005). No entanto, alguns modelos fazem uso da malha não-conforme, sendo também conhecidas como malhas contendo junções T. As junções T normalmente utilizam nós inativos que não entram no cálculo numérico, e, para que não causem buracos na malha, há um pós-processamento para corrigir sua posição (WANG, 2002; VILLARD; BOROUCHAKI, 2002).

### 2.4.1 Esquemas de refinamento adaptativo da malha

Existem quatro esquemas principais para o refinamento adaptativo da malha que constitui o modelo do tecido: o esquema h, o esquema p, o esquema r e o remalhamento local.

### 2.4.1.1 Esquema h

Neste esquema, são adicionadas novas células que subdividem algumas das células existentes, aumentando assim o número de pontos em uma certa localidade, como mostrado na Figura 2.7. Grande parte dos métodos utiliza uma estrutura hierárquica para guardar as subdivisões. Assim, para a simplificação, as células que estão em mais baixo nível na estrutura, as folhas, são removidas retornando ao estado anterior da malha localmente. Este esquema também é conhecido como refinamento regular.

Existem vários métodos de refinamento-h. No entanto, os mais utilizados nas simulações de tecidos são aqueles apresentados na Figura 2.8. A subdivisão 1-para-4 (Figura 2.8a) divide um triângulo em quatro triângulos menores, adicionando um vértice no ponto médio das arestas, assim afetando também os triângulos vizinhos. O refinamento  $\sqrt{3}$  (Figura 2.8b) insere um novo vértice no centro do triangulo a ser subdividido, e são criadas novos triângulos ligando esse novo vértice aos vértices originais. Os triângulos vizinhos não são afetados diretamente com essa subdivisão, mas esta tende a criar triângulos obtusângulos, com isso, é feito uma alternância de aresta (Figura 2.12c) depois que o triângulo vizinho também é



Figura 2.7: Executando um refinamento-h (subdivisão 1-para-4) na face indicada.

refinado para melhorar a qualidade do triângulo. Por sua vez, o refinamento 4-8 (Figura 2.8c) acontece com a subdivisão da aresta e de suas faces vizinhas ao meio. Os métodos são simples e de fácil implementação, porém, por causa da estrutura hierárquica, podem necessitar de um grande gasto de memória quando houver a necessidade de muitos nives na estrutura.



Figura 2.8: Alguns tipos de subdivisões regulares.

## 2.4.1.2 Esquema p

Neste esquema, são adicionados novos pontos nas arestas de um elemento triangular, de forma que o polinômio de interpolação utilizado para representar os pontos internos ao triângulo tem grau mais elevado do que aquele associado ao triângulo original. Esse esquema, que está ilustrado na Figura 2.9, é muito usado em simulações associadas ao Método dos Elementos Finitos para garantir maior precisão.



Figura 2.9: Executando refinamento-p na face indicada.

#### 2.4.1.3 Esquema r

Neste esquema, ilustrado na Figura 2.10, a topologia da malha não é modificada, havendo somente uma redistribuição de seus vértices. Sua maior desvantagem é que a malha pode ficar completamente distorcida, entretanto não há a inclusão de novos vértices para aumentar a densidade nos locais necessários.



Figura 2.10: Executando refinamento-r na face indicada.

## 2.4.1.4 Remalhamento local

Neste tipo de remalhamento, há duas abordagens principais: deleção de elementos seguida de geração local, e aplicação de operadores topológicos. Há uma constante variação na topologia da malha, necessitando uma grande quantidade de amostragem dos valores dos seus elementos. Contudo, não ha necessidade de guardar os estados antigos da malha e, com isso, há a possibilidade de fazer simplificações de forma que não fique presa a estrutura inicial da malha.

Na primeira abordagem, alguns vértices ou arestas da malha original são removidos, criando uma sub-região de contorno poligonal sem malha. Assim, uma nova malha deve ser gerada nessa sub-região (Figura 2.11). A quantidade de elementos pode ser maior ou menor do que o removido dependendo do problema de adaptatividade, representando o refinamento e a simplificação da malha.



Figura 2.11: Executando o primeiro tipo de remalhamento na área indicada.

O segundo tipo faz usos de alguns operadores topológicos de forma a causar modificações localizadas na malha para mantê-la com uma boa qualidade. Os operadores utilizados são mostrados na Figura 2.12.



Figura 2.12: Operadores de remalhamento.

### 2.5 Considerações finais

Neste capítulo, foi realizada uma discussão sobre alguns dos conceitos relacionados à animação de tecidos que são necessários ao entendimento deste trabalho. Inicialmente, foram tecidas algumas considerações sobre as propriedades mais importantes do tecido. O tecido tem propriedades anisotrópicas e sua elasticidade é não linear, mas algumas simplificações são realizadas para facilitar a simulação. Assim, a anisotropia geralmente é substituída pela ortotropia ou pela isotropia. Já a elasticidade passa a ser linear, levando muitos modelos a uma fase de pós-processamento para que não gerem resultados inaceitáveis.

Para que ocorra a animação é preciso saber o estado de um tecido em cada instante, deste modo, conhecido o estado em um dado instante, é possível determinar o estado no próximo instante de tempo através da integração numéria das equações diferenciais que governam o comportamento dinâmico do tecido.

Duas abordagens distintas para resolver o problema de simulação de tecido foram consideradas: a abordagem contínua e a abordagem discreta. Porém, a abordagem discreta é mais fácil de compreender e implementar, tendo um custo computacional mais baixo. Ambas as abordagens quase sempre necessitam de uma malha para modelar o tecido, assim, logo após, foram mostradas as topologias mais utilizadas para essa tarefa.

Quanto à flambagem, existe uma grande diferença nos estados pós-flambagem dos materiais rígidos e dos tecidos. A flambagem é responsável por grande parte das dobras e rugas apresentadas durante a simulação dinâmica dos tecidos. Em seguida, foi abordada a diferença entre a animação e o *draping* de um tecido. O *draping* é um subproblema de animação, podendo ser resolvido de maneira mais simples. Enquanto o *draping* tem como objetivo o tecido acomodado em uma posição quase estática, a animação precisa de todos os passos da simulação para se mostrar suave.

Por fim, foram apresentados os diferentes esquemas para refinamento de malhas, mais especificamente os das malhas de triângulos. Cada esquema tem propósitos e vantagens próprios. Os mais utilizados em simulação de tecidos são os esquemas de refinamento regular ou h-adaptativos. Todavia, pode haver uma mesclagem de dois ou mais esquemas para uma melhor resolução. No contexto da adaptatividade de tecido, o esquema-h é o mais utilizado (LI; VOLKOV, 2005; BIRRA; SANTOS, 2008; SIMNETT *et al.*, 2009). Entretanto, alguns trabalhos também surgiram com outros esquemas, como o esquema-hp (HANNOUN; ALEXIADES, 2007) e o segundo tipo de remalhamento (BROCHU *et al.*, 2012).

No próximo capítulo são apresentadas algumas das pesquisas que tiveram como objetivo principal a simulação de tecido com sistemas de partículas utilizando malhas de triângulos, realizando o refinamento e a simplificação da mesma.

#### **3 TRABALHOS RELACIONADOS**

#### 3.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os principais trabalhos que utilizam adaptatividade em malhas triangulares. Esses trabalhos são em grande parte inclusos no esquema de subdivisão regular. Tratando-se de malhas semiestruturada, o método simples de subdivisão 4-8 é bastante eficiente e este é descrito detalhadamente com base no trabalho de Birra e Santos (2008) na Seção 3.2. O método de subdivisão 1-para-4 é o mais utilizado, devido ao fato de obter bons resultados mesmo em malhas não estruturadas. Esse procedimento é mostrado na Seção 3.3 através do modelo desenvolvido por Simnett *et al.* (2009).

Os métodos do esquema de subdivisão-h da malha (VELHO; ZORIN, 2001; CAT-MULL, 1978; KOBBELT, 2000; LOOP, 1987) são bastante utilizados em modelos de sólidos. Esse esquema geralmente possui dois tipos de regras:

- Regra das faces: calcula onde os novos pontos devem ser colocados.
- Regra dos vértices: determina a nova posição dos vértices antigos envolvidos na subdivisão.

Entretanto, quase todos os trabalhos que utilizam a subdivisão da malha do tecido no momento da simulação ignoram a segunda regra, com intuito de não criar forças desnecessárias nas partículas que modelam o tecido.

#### 3.2 Subdivisão 4-8

A subdivisão 4-8 foi proposta por Velho e Zorin (2001), sendo um tipo de refinamento para malhas 4-k (VELHO; GOMES, 2000). Birra e Santos (2008) propuseram um método para fazer o ajuste dinâmico da resolução da malha sem introduzir instabilidades numéricas, e deixando a malha permanentemente conforme. Uma formulação contínua foi utilizada em conjunto com uma integração numérica implícita.

#### 3.2.1 Modelo de Birra e Santos (2008)

A topologia de uma malha 4-k é definida por uma malha triangular cujos elementos são agrupados em pares, formando quadriláteros. Essa estrutura semirregular tem a restrição de que cada triângulo só pode pertencer a um quadrilátero. Com isso, ela é um pouco mais restrita que uma malha irregular, mas não é tão limitada quanto uma malha regular. Entretanto, é possível transformar uma malha irregular em uma malha 4-k, usando como base a subdivisão  $\sqrt{3}$  (VELHO; ZORIN, 2001).

A aresta em comum entre um par é chamada de aresta interna a um bloco ou aresta diagonal. As bordas da malha podem possuir blocos incompletos causados pela ausência de

triângulos. O refinamento se dá com a bisseção da aresta interna, como ilustrado na Figura 3.1. A aresta diagonal é dividida ao meio e um vértice é colocado no meio conectando-se também aos dois vértices opostos pela aresta. Esse método também tem a vantagem de que não há necessidade de subdividir os triângulos vizinhos para prevenir buracos, como é feito na subdivisão 1-para-4 e na subdivisão  $\sqrt{3}$ . Isso acontece porque somente uma regra de refinamento pode ser usada em todo o processo, sem haver necessidade de saber se os triângulos são regulares ou irregulares.

Essa subdivisão é dita hierárquica, assim, para que a subdivisão de uma aresta ocorra, os elementos adjacentes têm que cumprir o pré-requisito de pertencer ao mesmo bloco. A Figura 3.1 ilustra dois cenários possíveis de subdivisão da aresta diagonal. Quando as faces adjacentes estão no mesmo nível hierárquico (Figura 3.1a), é necessário refinar os blocos aos quais os triângulos adjacentes pertencem, e, com isso, a aresta será classificada como interna a um bloco, podendo ser refinada. No entanto, quando as faces pertencem a níveis diferentes (Figura 3.1b), é necessário subdividir o maior bloco, que, felizmente, só pode possuir um nível de diferença na estrutura hierárquica em relação a seu vizinho.



Figura 3.1: Subdivisão adaptativa 4-8 na aresta central. Fonte: (BIRRA; SANTOS, 2008).

Após a subdivisão, há a preocupação de atualizar as informações das partículas envolvidas de modo que não ocorra alteração no comportamento dinâmico do tecido. Para isso, a massa total, o momento linear e as energias internas de deformação do tecido devem ser conservadas. Além disso, depois de um certo número de inserções de vértices, o passo de tempo deve ser reduzido para que a simulação não perca estabilidade.

Esse método foi escolhido por Birra e Santos (2008), pois diferentemente dos outros procedimentos, ele não causa descontinuidade no modelo, como pode ser visto na Figura 3.2. Essas mudanças na orientação dos triângulos podem causar tensão desnecessária na integração numérica, visto que a orientação das forças nas partículas mudam instantaneamente de direção. A regra dos vértices também pode causar o mesmo problema, por isso não é utilizada. Assim, a subdivisão 4-8 apenas divide os triângulos ao meio, e não acarreta uma modificação drástica na estrutura do modelo.



Figura 3.2: Descontinuidade geométrica. Fonte: (BIRRA; SANTOS, 2008).

Os critérios usados para subdivisão tiveram como base a curvatura da aresta, contudo, de uma maneira mais sofisticada, levando em consideração a possível curvatura do tecido. A simplificação segue o mesmo critério, porém houve cuidado de garantir que os triângulos fossem coplanares e que esse estado não fosse transitório, observando as velocidades das partículas em questão.

O resultado obtido pelo método pode ser observado na Figura 3.3. A subdivisão do modelo não ocorre devido à colisão com o objeto, mas sim devido à curvatura criada pela interação com o objeto.



Figura 3.3: Resultado. Fonte: (BIRRA; SANTOS, 2008).

# 3.2.1.1 Vantagens e desvantagens

O modelo proposto garante que a simplificação da malha ocorra em um momento coerente, e que as informações das partículas sejam atualizadas instantaneamente, o que resulta na manutenção do comportamento dinâmico do tecido. Isso também provê maior estabilidade da simulação, pois forças desnecessárias não são adicionadas.

Entretanto, mesmo que haja um método de transformação da malha regular em semirregular, a topologia da malha sempre será restrita. Porém, Birra e Santos (2008) não apresentaram exemplos para demonstrar o método com uma malha transformada. O refinamento de uma aresta pode levar à subdivisão em cascata das faces vizinhas, devido à diferença dos níveis entre triângulos adjacentes. (Figura 3.4).

# 3.3 Subdivisão 1-para-4

Vários trabalhos utilizam a subdivisão 1-para-4 em suas simulações. Zhang e Yuen (2001) estão entre os primeiros a apresentarem essa técnica, refinando uniformemente uma malha triangular estruturada associada a um tecido representado por sistema massa-mola. Tsiknis (2006) fez uso desse método para melhorar a qualidade das dobras e rugas do tecido de forma geométrica. Thomaszewski *et al.* (2006), Hannoun e Alexiades (2007) utilizaram a subdivisão em conjunto com a abordagem de elementos finitos. No entanto, (HANNOUN; ALEXIADES, 2007) mesclaram a subdivisão-h com a subdivisão-p. Oh *et al.* (2008) utilizaram esse refinamento,



Figura 3.4: Refinamento em cascata.

porém sua maior contribuição foi a resolução do sistema linear mediante uma abordagem implícita. Lee *et al.* (2010) propuseram refinar a malha várias vezes, e se preocuparam em como simplificar o sistema de equações. Tycowicz *et al.* (2011) propuseram um sistema de compressão da estrutura de dados, e o testou em diversos modelos, inclusive em tecidos. Liu *et al.* (2012) utilizaram o método de forma comparativa para melhorar a qualidade geométrica do tecido.

Simnett *et al.* (2009) tiveram como propósito principal apresentar uma abordagem baseada em arestas, oferecendo refinamento e simplificação adaptativa da malha do tecido. Eles utilizaram uma forma modificada da subdivisão 1-para-4, em que apenas dois triângulos são modificados em cada separação ou união de arestas. O método garante que a malha seja sempre conforme. Para a integração numérica foi utilizado o método de Verlet (1967), e as forças são calculadas com a abordagem massa-mola.

#### 3.3.1 Modelo de Simnett et al. (2009)

A topologia utilizada nesse modelo é a de malha triangular, apresentada na Seção 2.3.2.1, tratando-se de uma malha triangular não estruturada. O método precisa de informação de adjacência na malha, e uma estrutura de *half-edge* modificada é utilizada para isso (MÄNTYLÄ, 1988). Uma ilustração da estrutura é apresentada na Figura 3.5, onde cada aresta da malha possui arestas nos dois sentidos.



Figura 3.5: Demonstração da estrutura de dados, onde as faces estão representadas em amarelo, as arestas em cinza e os vértices em azul. Fonte: (SIMNETT *et al.*, 2009).

Na quebra da aresta, o novo vértice é inserido no meio da aresta e todos os seus atributos são calculados como sendo uma média dos vértices da aresta em questão. Desse modo, são criadas duas arestas filhas, em que cada uma possui um vértice da aresta original mais o novo vértice criado, e a aresta original é desativada.

Na junção de duas arestas, o vértice central e as arestas filhas passam a ser inativas enquanto a aresta original é reativada. Se uma aresta a ser unida possuir filhos, não poderá ser simplificada, isto é, somente pode ser reativada uma aresta em que os filhos são folhas na hierarquia.

Os triângulos possuem estados, como definido na Figura 3.6. Com isso, é possível saber de imediato a configuração das arestas em um triângulo específico. Quando uma aresta for modificada, é possível saber facilmente qual o próximo estado da face. Uma aresta só pode ser refinada se suas faces adjacentes possuírem estados diferente de -1. Os estados de 1 a 3 possuem somente uma aresta refinada, enquanto os estados de 4 a 6 possuem duas. O estado 7 indica que a face foi completamente refinada, e quem passa a ser refinada são as faces filhas. As filhas de uma face que está em um estado de 1 a 6 estão no estado -1. Entretanto, quando a face muda para o estado 7, suas filhas passam a ter o estado 0. Cada triângulo serve como recipiente para as arestas internas e triângulos menores.



Figura 3.6: Estados de um triângulo. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).

Foram adotados três tipos de critérios para modificar uma aresta: tamanho da aresta, colisão e curvatura. Pelo fato de possuir mais de um critério, um tempo limite é imposto, para que, assim, uma aresta não seja quebrada por conta da colisão e no mesmo instante seja unida por causa do critério de curvatura.

O comportamento de flambagem do tecido é simulado pela adição de um critério de tamanho da aresta. Como pode ser observado na Figura 3.7, caso uma aresta se comprima acima de um certo limite, essa aresta é quebrada, podendo dobrar-se.



Figura 3.7: Critério de tamanho de aresta. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).

O critério de modificação de aresta devido à colisão é ilustrado na Figura 3.8. Os autores criaram um teste simples de colisão contra esferas e cilindros, não havendo tratamento de autocolisão. Assim, caso haja uma colisão de uma aresta com os objetos, essa aresta é subdividida, de forma que o novo vértice é projetado na superfície do objeto em questão. Esse método faz com que as molas fiquem mais alongadas do que deveriam, visto que a soma do comprimento final das arestas poderá ser muito maior do que o comprimento da aresta original. Porém, após algumas iterações o comprimento correto será restaurado. Esse critério foi adotado, pois há intensão de refinar a aresta colidida mesmo que ela não passe no critério de curvatura, assim existe menos probabilidade de haver penetração do tecido no objeto.



Figura 3.8: Critério de colisão. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).

Diferentemente dos outros critérios, que somente fazem o refinamento da aresta, o critério de curvatura pode também simplificá-la. Para isso, é definida uma curvatura local para cada aresta como sendo o ângulo entre as normais dos dois vértices adjacentes, que por sua vez são conseguidas com uma média das normais das faces adjacentes ao vértice. Isso pode ser visualizado na Figura 3.9. Quando o ângulo é maior que um determinado limite, a aresta é dividida, caso seja menor que outro limite, a aresta é unida.

Alguns dos resultados obtidos por simulações feitas com o emprego dessas técnicas são ilustrados na Figura 3.10. Pode-se notar que nas regiões de contato há uma grande quantidade de refinamentos, assim o tecido se ajuste às bordas do objeto facilmente.

# 3.3.1.1 Vantagens e desvantagens

O fato da adaptatividade ocorrer modificando somente dois triângulos faz com que o refinamento e a simplificação sejam bem localizados. Em comparação com outros métodos





(a) Normal dos vértices de uma aresta

(b) Curvatura

Figura 3.9: Critério de curvatura. Fonte: (SIMNETT et al., 2009).



adaptativos (LI; VOLKOV, 2005) que precisam deixar a malha conforme antes do cálculo numérico, a técnica proposta conseguiu deixar a malha sempre pronta para o próximo passo.

Os autores não comentaram quais as constantes utilizadas para as molas, no entanto, fizeram uso da dinâmica inversa para lidar com o problema do superalongamento (PROVOT, 1995). Tal problema surge quando as constantes de rigidez das molas são baixas, assim, podese considerar que os valores que foram utilizados não condizem com aqueles que poderiam ser encontrados na realidade, visto que, tecidos, geralmente, apresentam alta resistência ao alongamento. Vale ressaltar também que, não foi apontado como foram calculadas as massas e nem se as molas participam tanto da compressão e/ou do alongamento.

# 3.4 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentados dois trabalhos principais que utilizaram subdivisão adaptativa da malha do tecido. Houve uma explicação detalhada de como esses dois métodos funcionam. Esses trabalhos puderam ser abordados independentemente da forma com que as forças ou o próximo passo de tempo são calculados. Com base nas discussões realizadas, é possível perceber que o número de partículas usadas para representar o tecido influencia na qualidade e no tempo necessário para se fazer a animação. Sendo assim, quanto menos partículas forem usadas para simular o tecido, melhor. Contudo, uma malha de melhor qualidade é necessária quando se deseja representar as curvas de um objeto e as dobras do tecido de forma realística.

No próximo capítulo serão apresentados, em detalhes, os parâmetros utilizados por este trabalho, assim como o cálculo das forças que serão utilizadas na integração numérica. Por fim, será descrito, detalhadamente, cada passo do remalhamento.

# 4 TÉCNICA PROPOSTA

#### 4.1 Introdução

O objetivo principal desta pesquisa é testar uma nova abordagem de adaptatividade em malhas triangulares para simulação de tecido. Para atingir esse propósito foi utilizada uma técnica de remalhamento para fazer o refinamento e a simplificação local da malha do modelo. Neste capítulo é explicado em detalhes todo o processo de simulação. Para um melhor entendimento desse processo, uma visão geral do algoritmo é mostrada na Seção 4.2. A representação do modelo tem como base as propriedades do tecido que são apresentadas na Seção 4.3 em conjunto com alguns parâmetros específicos do algoritmo. A interação do tecido com o ambiente causa uma grande quantidade de forças, as quais são explicadas na Seção 4.4. Por fim, na Seção 4.5 é apresentado como o algoritmo de remalhamento é usado para a adaptatividade da malha.



#### 4.2 Visão geral do algoritmo

Figura 4.1: Diagrama de fluxo do algoritmo em alto nível.

A Figura 4.1 representa todo o processo de simulação do tecido em alto nível. A entrada do algoritmo é uma malha triangular bidimensional que representa o formato do tecido. Essa malha é composta por vértices e arestas, que representam as partículas e molas do tecido, respectivamente, usadas para o cálculo da integração numérica. A cada passo da simulação, é necessário saber as forças que atuam em cada partícula do tecido. Para isso, é necessário definir as propriedades do material em cada elemento, caracterizando a natureza versátil do tecido.

O cálculo da integração numérica é feito com o método clássico de Runge-Kutta de quarta ordem. Uma vez que as partículas são atualizadas, é necessário verificar se houve colisão das partículas com o ambiente. Cada colisão é resolvida adicionando uma força de repulsão pontual na partícula em direção oposta ao objeto. Somente assim, a malha estará pronta para fazer o remalhamento caso seja necessário, o que pode ocasionar a atualização dos parâmetros
do modelo. Ao fim desse processo, a visualização do passo de tempo pode ser feita e o ciclo recomeça.

# 4.3 Parâmetros do modelo

Em várias pesquisas, tais como Provot (1995), Min e Tianlu (2011), Volino *et al.* (1995), Fuhrmann *et al.* (2003), Bridson *et al.* (2003), não é exposto como as constantes de simulação são escolhidas, o que faz supor que estas sejam determinados empiricamente.

A seguir, são descritas algumas das propriedades básicas do modelo que são fornecidas com dados de entrada. Também são descritos os parâmetros do modelo que dependem dessas propriedades básicas.

#### 4.3.1 Propriedades do material

As propriedades do material atribuídas ao tecido são usadas para o cálculo dos parâmetros das partículas e molas que o representam, e também podem influenciar nas forças aplicadas. Essas propriedades, que são fornecidas como dados de entrada, são:

- Densidade do tecido, *ρ*.
- Espessura do tecido, *T*.
- Permeabilidade do tecido,  $\kappa$ .
- Módulo de Young ou módulo de elasticidade do tecido, E.
- Constante de rigidez elástica à flexão do tecido,  $k_{\text{flexão}}^e$ .
- Constante de amortecimento à flexão do tecido,  $k_{\text{flexão}}^d$
- Coeficiente de atrito do tecido, μ.

#### 4.3.2 Parâmetros das partículas

A representação do tecido é obtida por meio de suas partículas, as quais carregam a maior parte das propriedades do material. Porém, por se tratar de uma abordagem massa-mola, a discretização é feita a priori. Assim, para que a magnitude da força atuando na partícula seja calculada corretamente, é necessário que esses parâmetros sejam proporcionais à área de influência da partícula.

Uma partícula, *i*, possui uma área de influência,  $A_i$ , que é determinada pela região que se encontra mais próxima a ela. Devido ao fato da malha ser triangular, foi utilizada a área baricêntrica; o somatório de um terço da área original, não deformada, de todos os triângulos incidentes naquele vértice. Esse valor pode ser interpretado visualmente na Figura 4.2.



Figura 4.2: Área de influência de uma partícula.

# 4.3.2.2 Massa

Depois de calculada a área da região de influência associada à partícula i, a sua massa,  $m_i$ , pode ser determinada da seguinte maneira:

$$m_i = A_i T \rho, \qquad (4.1)$$

onde T e  $\rho$  são respectivamente a espessura e a densidade do tecido.

#### 4.3.2.3 Coeficiente de arrasto

O coeficiente de arrasto,  $C_i$ , é usado no cálculo do empuxo sofrido pela partícula, e, portanto, depende do grau de permeabilidade,  $\kappa$ , do tecido e da área de influência da partícula:

$$C_i = A_i \kappa. \tag{4.2}$$

# 4.3.3 Parâmetros das molas

As forças provenientes das molas mantêm as partículas unidas e as forças provenientes dos amortecedores dissipam a energia interna do tecido. As forças elásticas são relacionadas às deformações internas através de constantes elásticas, e as forças de amortecimento se relacionam à taxa de deformação através das constantes de amortecimento.

# 4.3.3.1 Constante elástica

A constante elástica,  $k_j^e$ , da mola, j, é calculada pela expressão:

$$k_{j}^{e} = \frac{EA_{j}^{0}}{L_{j}^{0}},\tag{4.3}$$

onde E é o módulo de elasticidade do tecido,  $A_j^0$  é área da secção transversal original em que a força é aplicada, e  $L_j^0$  é o comprimento da mola sem deformação. E e  $A_j^0$  são valores fornecidos como entrada para a simulação e  $L_j^0$  é calculado a partir das coordenadas das partículas ligadas pela mola j.

# 4.3.3.2 Constante de amortecimento

A constante de amortecimento,  $k_j^d$ , do amortecedor é estabelecida de modo que ela seja proporcional a um fator  $\alpha$  da constante elástica,  $k_j^e$ , e satisfaça à condição de que  $k_j^d < k_j^e$ ,

$$k_i^d = \alpha k_i^e. \tag{4.4}$$

# 4.3.4 Passo de tempo dinâmico

Devido ao remalhamento, que pode ocorrer no modelo geométrico, é necessário manter os valores dos parâmetros das partículas e das molas sempre atualizados, conservando a massa do tecido. Entretanto, esse fato pode contribuir para que algumas partículas tenham massa muito pequena, ficando muito suscetíveis a pequenas variações de movimento (THINGVOLD; COHEN, 1990). Assim, para que o método numérico não perca estabilidade é necessário que o passo de tempo se altere de acordo com a mudança na estrutura da malha (ZHANG; YUEN, 2001). Um método numérico se torna instável quando o passo de tempo,  $\Delta t$ , é maior que o período natural do sistema,  $T_0$  (VASSILEV *et al.*, 2001; PROVOT, 1995):

$$T_0 \approx \pi \sqrt{\frac{m_{min}}{k_{max}^e}} \tag{4.5}$$

onde  $m_{min}$  e  $k_{max}^e$  são, respectivamente, a menor massa entre as partículas e a maior constante elástica entre as molas do tecido. Deste modo, o passo de tempo tem que ser atualizado antes de cada passo do método numérico levando em consideração um parâmetro de entrada,  $\beta$ , escolhido empiricamente, que representa a proporcionalidade a seguir:

$$\Delta t' = \beta \pi \sqrt{\frac{m_{min}}{k_{max}^e}} \tag{4.6}$$

onde  $\Delta t'$  é o passo de tempo que é usado para calcular o próximo estado do tecido, e  $m_{min}$  e  $k_{max}^e$  são calculados de acordo com a configuração atual do modelo.

#### 4.4 Cálculo das forças

Existem duas categorias principais de forças: as forças internas, provenientes da interação entre as partículas; e as forças externas, representando as forças dependentes do ambiente em que o tecido se encontra. A força total atuando em uma partícula, *i*, é dada pela soma desses dois tipos de forças:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_i^{interna} + \mathbf{f}_i^{externa}.$$
(4.7)

#### 4.4.1 Forças internas

As forças internas podem ser divididas em dois tipos: forças no plano e forças fora do plano. Assim, a força interna total é dada pelo somatório de todas as forças apresentadas a seguir.

#### 4.4.1.1 Forças no plano do tecido

Essas são as forças provenientes da resistência ao alongamento e ao cisalhamento e estão relacionadas com as molas. A força elástica da mola é calculada por:

$$\mathbf{f}_{i}^{e} = \begin{cases} k_{ij}^{e} \left( \left| \mathbf{x}_{j} - \mathbf{x}_{i} \right| - L_{ij}^{0} \right) \frac{\mathbf{x}_{j} - \mathbf{x}_{i}}{\left| \mathbf{x}_{j} - \mathbf{x}_{i} \right|} & \text{se } \left| \mathbf{x}_{j} - \mathbf{x}_{i} \right| > L_{ij}^{0} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases},$$
(4.8)

onde *i* e *j* denotam duas partículas que estão conectadas por uma mola, que possui constante de rigidez  $k_{ij}^e$  e comprimento natural  $L_{ij}^0$ ;  $\mathbf{x}_i \in \mathbf{x}_j$  representam as posições das partículas *i* e *j*, respectivamente; e  $\mathbf{f}_i^e$  indica a força elástica da mola aplicada na partícula *i*.

No mundo real, os sistemas dinâmicos sempre dissipam energia. Assim, é necessário levar em consideração a propriedade de amortecimento intrínseca ao tecido, a qual é representada pela força de amortecimento da mola:

$$\mathbf{f}_{i}^{d} = k_{ij}^{d} \left( \left( \mathbf{v}_{j} - \mathbf{v}_{i} \right) \cdot \left( \mathbf{x}_{j} - \mathbf{x}_{i} \right) \right) \frac{\mathbf{x}_{j} - \mathbf{x}_{i}}{\left| \mathbf{x}_{j} - \mathbf{x}_{i} \right|^{2}}, \tag{4.9}$$

em que  $k_{ij}^d$  é o coeficiente de amortecimento da mola que liga a partícula *i* à partícula *j*; e **v**<sub>i</sub> e **v**<sub>j</sub> são os vetores tridimensionais que representam a velocidade das partículas *i* e *j*, respectivamente. O amortecimento do movimento do vértice deve acontecer somente na direção da mola  $(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)$ , com isso, a força de amortecimento é projetada na direção do alongamento.

# 4.4.1.2 Força fora do plano do tecido

A força que ocorre fora do plano do tecido é chamada de força de flexão, que acontece devido à resistência do tecido ao dobramento. Essa força é obtida para cada dois

triângulos adjacentes a uma mesma aresta, o que acarreta maior controle se comparado com os modelos centrados no vértice (SIMNETT *et al.*, 2009; ZHANG; YUEN, 2001; OH *et al.*, 2006; WANG; DEVARAJAN, 2008). O amortecimento relativo a essa força é alcançado mediante a taxa de variação do ângulo entre esses triângulos, e serve para diminuir seu efeito. A formulação adotada para o cálculo das forças de flexão é aquela proposta por Bridson *et al.* (2003).

O ângulo diedral,  $\pi - \theta$ , entre dois triângulos que possuem uma aresta, *e*, em comum e o vetor unitário **ê** são mostrados na Figura 4.3. O ângulo,  $\theta$ , é aquele formado pelos, **î**<sub>1</sub> e **î**<sub>2</sub>, normais a esses triângulos. Por convenção, para efeitos de cálculo, as quatro partículas que definem os triângulos em questão são numeradas de forma que os vértices 3 e 4 formam a aresta comum.



Figura 4.3: Elemento de flexão com um ângulo diedral  $\pi - \theta$ . Fonte: (BRIDSON *et al.*, 2003).

O vetor das velocidades  $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4)$  e o vetor das forças  $\mathbf{f} = (\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4)$  são elementos de um espaço vetorial de dimensão igual a 12. Uma base desse espaço é escolhida identificando doze "modos" de movimento. Para os primeiros onze, é natural selecionar as três rotações (instantâneas) de corpo rígido, as três translações de corpo rígido, os dois movimentos do vértice 1 no plano do triângulo 1 do vértice 1, os dois movimentos no do vértice 2 no plano do triângulo 2 e a deformação de *e* em sua reta suporte, como ilustrados na Figura 4.4. Nenhum desses movimentos altera o ângulo diedral, por isso não devem entrar nos cálculos das forças de flexão.



Figura 4.4: Modos de movimento.

O último modo, o modo de flexão, é o único modo ortogonal a todos os outros com um fator de escala arbitrário. Esse modo não causa nenhum movimento de corpo rígido ou deformações no plano, será chamado de  $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4)$ . As condições de ortogonalidade aos modos de movimento associados aos deslocamentos do vértice 1 no plano do triângulo 1 garantem que  $\mathbf{u}_1$  é paralelo a  $\mathbf{\hat{n}}_1$  e, de forma análoga, as condições de ortogonalidade aos modos de movimento associados aos deslocamentos do vértice 2 no plano do triângulo 2 garantem que  $\mathbf{u}_2$  é paralelo a  $\mathbf{\hat{n}}_2$ . Da condição de ortogonalidade da deformação de  $\mathbf{e} = \mathbf{x}_4 - \mathbf{x}_3$  sobre sua reta suporte, tem-se que  $\mathbf{u}_4 - \mathbf{u}_3$  está no espaço gerado por  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_2$ . A ortogonalidade com a translação diz que  $\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 + \mathbf{u}_4 = 0$ , sendo assim,  $\mathbf{u}_3 + \mathbf{u}_4$  também está no espaço gerado por  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_2$ , o que implica que  $\mathbf{u}_3$  e  $\mathbf{u}_4$  pertencem a esse espaço. E, finalmente, devido a ortogonalidade às rotações (convenientemente escolhidas em torno dos eixos  $\mathbf{\hat{n}}_1$ ,  $\mathbf{\hat{n}}_2$  e  $\mathbf{\hat{e}}$ ), obtêm-se que:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{1} = |\mathbf{e}| \frac{\mathbf{N}_{1}}{|\mathbf{N}_{1}|^{2}} \\ \mathbf{u}_{2} = |\mathbf{e}| \frac{\mathbf{N}_{2}}{|\mathbf{N}_{2}|^{2}} \\ \mathbf{u}_{3} = \frac{(\mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{4}) \cdot \mathbf{e}}{|\mathbf{e}|} \frac{\mathbf{N}_{1}}{|\mathbf{N}_{1}|^{2}} + \frac{(\mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{4}) \cdot \mathbf{e}}{|\mathbf{e}|} \frac{\mathbf{N}_{2}}{|\mathbf{N}_{2}|^{2}} \\ \mathbf{u}_{4} = -\frac{(\mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{3}) \cdot \mathbf{e}}{|\mathbf{e}|} \frac{\mathbf{N}_{1}}{|\mathbf{N}_{1}|^{2}} - \frac{(\mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{3}) \cdot \mathbf{e}}{|\mathbf{e}|} \frac{\mathbf{N}_{2}}{|\mathbf{N}_{2}|^{2}} \end{cases}$$
(4.10)

onde  $N_1 = (x_1 - x_3) \times (x_1 - x_4)$  e  $N_2 = (x_2 - x_4) \times (x_2 - x_3)$  são as normais que contêm o dobro da área orientada dos triângulos e  $\mathbf{e} = \mathbf{x}_4 - \mathbf{x}_3$  é o vetor da aresta comum *e*. Essa escolha faz com que  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_2$  sejam inversamente proporcionais às distâncias dos vértices  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  à aresta *e*; e  $\mathbf{u}_3$  e  $\mathbf{u}_4$  são combinações lineares de  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_2$ . As forças elástica e de amortecimento provenientes da flexão devem ser proporcionais a esse modo (CAMPOS, 2006).

Vale notar que o modo de flexão conserva o momento linear e o momento angular do elemento. De fato, qualquer modelo de flexão baseado em dois triângulos que não use essas direções para as forças irá violar a lei fundamental de conservação ou irá influenciar as deformações no plano (BRIDSON *et al.*, 2003). Portanto, a força elástica de flexão é definida do seguinte modo:

$$\mathbf{f}_{i}^{e} = k^{e} \frac{|\mathbf{e}|^{2}}{|\mathbf{N}_{1}| + |\mathbf{N}_{2}|} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathbf{u}_{i}, \tag{4.11}$$

para i = 1, ..., 4, onde  $k^e$  é a constante de rigidez para a flexão que é uma propriedade do material que independe da malha. O fator central, conseguido de forma empírica, escala o fator anterior de acordo com a anisotropia da malha (assim, alterações na estrutura da malha não mudam o visual do tecido). Por sua vez, o fator seno mede o quão longe o elemento está de ficar plano e seu cálculo é feito dessa forma:  $\operatorname{sen}(\theta/2) = \pm \sqrt{(1 - \hat{\mathbf{n}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_2)/2}$ , onde o sinal é escolhido de acordo com o valor do sinal de  $\hat{\mathbf{n}}_1 \times \hat{\mathbf{n}}_2 \cdot \hat{\mathbf{e}}$ .

A componente de amortecimento da força elástica de flexão serve para tentar diminuir a taxa de variação do ângulo entre os triângulos, e depende da velocidade das partículas. Com base em simplificações realizadas na derivada da função  $\cos \theta = \hat{\mathbf{n}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_2$  obtêm-se a seguinte fórmula:

$$\frac{d\theta}{dt} = \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{v}_1 + \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{v}_2 + \mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{v}_3 + \mathbf{u}_4 \cdot \mathbf{v}_4.$$
(4.12)

Sendo assim, a força de amortecimento é dada por:

$$\mathbf{f}_{i}^{d} = -k^{d} |\mathbf{e}| \frac{d\theta}{dt} \mathbf{u}_{i}, \tag{4.13}$$

onde  $k^d$  é uma propriedade do material que também deve ser mantida constante independente da malha.

## 4.4.2 Forças externas

O ambiente proporcionado para os tecidos neste trabalho faz uso das seguintes forças externas: força da gravidade, força de empuxo do ar e forças de impacto.

A força gravitacional é calculada como:

$$\mathbf{f}_{i}^{gravidade} = m_{i}\mathbf{g},\tag{4.14}$$

onde  $m_i$  indica a massa da partícula, *i*, e **g** a aceleração da gravidade.

A força de empuxo do ar acontece devido à resistência do tecido à passagem do ar através de suas fibras, e é expressa por:

$$\mathbf{f}_{i}^{empuxo} = -C_{i}^{res} \mathbf{v}_{i},\tag{4.15}$$

sendo  $C_i$  e  $\mathbf{v}_i$ , respectivamente, o coeficiente de arrasto do ar e a velocidade relativos à partícula *i*.

## 4.4.2.1 Forças de impacto

As forças de impacto acontecem devido à colisão do tecido com outro objeto da cena. O motor de física *Bullet* foi utilizado para detectar as colisões com os objetos estáticos da cena. Três tipos de detecção de colisão são realizadas: a colisão de arestas, a colisão da partícula com objeto entre a posição anterior e atual, e a verificação para saber se um vértice é interno ao objeto.



Figura 4.5: Tipos de colisão.

O primeiro e o segundo tipos são colisões de semirretas com o objeto. Enquanto o primeiro tipo de detecção é utilizado para fins de refinamento da malha, o segundo tipo é utilizado no final de um passo de integração, após a atualização do estado do sistema, e é necessário para impedir que um objeto entre no outro. Seu tratamento é feito aplicando uma força de repulsão instantânea na partícula, ou seja, é aplicada na hora da colisão e não é levada em consideração na

integração numérica global. A velocidade,  $\bar{\mathbf{v}}_{R}^{t+1}$ , da partícula colidida após a aplicação da força de repulsão (PARENT, 2012) é dada por:

$$\bar{\mathbf{v}}_R^{t+1} = \mathbf{v}^t - \mathbf{v}_N^t (1+\gamma), \tag{4.16}$$

onde  $\mathbf{v}^t$  é o vetor velocidade no passo de tempo anterior. Sabendo-se que  $\mathbf{\hat{n}}$  é a normal da face do objeto que ocorreu a colisão,  $\mathbf{v}_N^t$  é a porção da velocidade que está na direção da normal e é definida como:  $\mathbf{v}_N^t = (\mathbf{v}^t \cdot \mathbf{\hat{n}})\mathbf{\hat{n}}$ .  $\gamma$  é um fator de amortecimento que é recebido como entrada, tal que  $0 < \gamma < 1$ . A interpretação gráfica dessa força se encontra na Figura 4.6.



Figura 4.6: Força de repulsão. Fonte: (PARENT, 2012).

Em conjunto com essa força de repulsão também é aplicada uma força de fricção, também conhecida como força de atrito. O coeficiente de atrito,  $\mu$ , da colisão é calculado de forma empírica, usando uma média dos valores dos coeficientes de atrito atribuídos aos objetos participantes da colisão. Ao aplicar a força de fricção, ocorre uma alteração na componente tangencial,  $\bar{\mathbf{v}}_T^{t+1}$ , da velocidade que acabou de ser calculada (BRIDSON *et al.*, 2002), de forma que:

$$\bar{\mathbf{v}}_T^{t+1} = max(1 - \mu \frac{\Delta \mathbf{v}_N}{|\mathbf{v}_T^t|}, 0)\mathbf{v}_T^t,$$
(4.17)

onde  $\Delta \mathbf{v}_N$  é a variação de velocidade definida por:  $\Delta \mathbf{v}_N = (\mathbf{\bar{v}}_R^{t+1} - \mathbf{v}^t) \cdot \mathbf{\hat{n}}$ ;  $\mathbf{v}_T^t$  é a componente tangencial da velocidade no tempo anterior que é expressa por:  $\mathbf{v}_T^t = \mathbf{v}^t - \mathbf{v}_N^t$ .

O vetor posição,  $\mathbf{\bar{x}}_{i}^{t+1}$ , e o vetor velocidade,  $\mathbf{\bar{v}}^{t+1}$ , da partícula no final do passo de tempo atual são calculados como:

$$\overline{\mathbf{v}}^{t+1} = \overline{\mathbf{v}}_N^{t+1} + \overline{\mathbf{v}}_T^{t+1} \overline{\mathbf{x}}^{t+1} = \mathbf{x}^t + \overline{\mathbf{v}}^{t+1} \Delta t ,$$

$$(4.18)$$

onde  $\mathbf{\bar{v}}_N^{t+1}$  é a velocidade calculada após a aplicação da força de repulsão na direção normal, que pode ser escrita como:  $\mathbf{\bar{v}}_N^{t+1} = (\mathbf{\bar{v}}_R^{t+1} \cdot \mathbf{\hat{n}})\mathbf{\hat{n}}$ ;  $\mathbf{x}^t$  é a posição da partícula colidida no tempo anterior e  $\Delta t$  é o passo de tempo usado na simulação.

O terceiro teste de colisão é realizado aplicando-se o algoritmo de ponto-polígono (PREPARATA; SHAMOS, 1985), entretanto, este é apenas utilizado em partículas que foram inseridas após o remalhamento. A nova posição da partícula é calculada de acordo com a Equação (4.18) e a força de repulsão é aplicada até que a partícula saia de dentro do objeto. Nesse caso, não é possível usar a normal do objeto, porque não se sabe em que ponto poderia ter ocorrido a colisão. Assim, é utilizada a normal da própria partícula no sentido oposto ao do movimento. De forma semelhante, também é aplicado a força de repulsão aos vértices de uma

aresta que não pode mais ser incluída no remalhamento, a fim de ter menos interseções visíveis entre os objetos.

### 4.5 Remalhamento

O algoritmo de remalhamento proposto nesta pesquisa usa o algoritmo de geração de malha proposto por Miranda *et al.* (1999). Para que ele seja um algoritmo utilizado de forma local, é necessário separar as áreas da malha que realmente precisam ser adaptadas. Uma visão geral dessa parte do algoritmo é mostrada na Figura 4.7.



Figura 4.7: Diagrama de fluxo dos passos para usar o remalhamento.

Após receber a malha triangular do algoritmo principal, é verificado se a região de cada aresta precisa ser refinada ou simplificada. As arestas cujas regiões são candidatas ao refinamento ou à simplificação são separadas em conjuntos de componentes conexos. Uma aresta pertence a um componente conexo se ela for adjacente a pelo menos um outro elemento da lista de componentes conexos. Nesse caso, a adjacência entre as arestas se dá quando elas possuem uma face adjacente em comum.

No algoritmo de geração de malha é necessário especificar a densidade da nova malha. Esse valor de densidade é estimado como a média dos fatores de densidade de cada triângulo da lista de componentes conexos. Por fim, os buracos que ficam ao remover os elementos de uma lista de componentes conexos da malha são usados como entrada para o algoritmo de geração de malha.

#### 4.5.1 Critérios de adaptatividade

São utilizados três critérios para decidir se uma aresta deve ser ou não removida, a fim de permitir o remalhamento de sua sub-região: o critério de compressão da aresta, o critério de colisão da aresta e o critério de curvatura da aresta. Entretanto, apesar de todos os três critérios estarem relacionados com o refinamento, apenas o último aborda a simplificação da área.

Uma vez que o método de adaptação utilizado neste trabalho não dispõe de estruturas hierárquicas que permitam estabelecer níveis máximos de subdivisão hierárquica, como é o caso dos esquemas de adaptatividade-h, para impedir uma sequência infinita de adaptação em uma

dada região, é necessário que sejam levadas em consideração somente os comprimentos não alongados das molas. Assim, se o comprimento não alongado de uma mola for menor do que um dado valor limite,  $L_{min}^0$ , ela não será refinada. De maneira análoga, uma mola com comprimento maior do que um dado limite máximo,  $L_{max}^0$ , não será simplificada.

## 4.5.1.1 Critério de compressão da mola

Uma aresta passa no critério de compressão quando, em algum momento da simulação, as duas partículas de suas extremidades aproximam-se de tal maneira que a razão de seu tamanho deformado para seu tamanho original seja menor do que um fator constante c (Figura 4.8).



Figura 4.8: Critério de compressão.

Essa compressão pode acontecer devido às forças externas ou simplesmente ao movimento do tecido. Se a mola passar no critério de compressão, a aresta é incluída em uma lista para refinamento. A compressão de aresta é um critério que tenta transmitir a característica de flambagem.

## 4.5.1.2 Critério de colisão de aresta

Na simulação, o tecido pode colidir com outros objetos do cenário. Assim, se uma aresta não fizer parte da lista de arestas selecionadas pelo critério de compressão, ela será testada quanto ao critério de colisão (Figura 4.9) e, caso colida com algum objeto, também será incluída na lista de refinamento. Esse critério serve para deixar o tecido mais refinado no contorno dos objetos com os quais ele colide.



Figura 4.9: Critério de colisão.

Depois de ocorrer a simplificação de uma sub-região da malha que está em contato com um objeto plano, esse critério poderia levar a um novo refinamento. Assim, é necessário

verificar o ângulo entre o vetor que representa a média dos vetores normais às faces adjacentes à aresta que sofreu colisão e o vetor normal à face do objeto com a qual o tecido colidiu. Dependendo do ângulo encontrado, um novo refinamento poderá ser efetuado.

# 4.5.1.3 Critério de curvatura da aresta

Todas as arestas que não satisfizerem os critérios anteriores serão testadas quanto ao critério de curvatura. Porém, diferentemente dos outros dois critérios, em que a aresta selecionada entraria numa lista de refinamento, as arestas selecionadas pelo critério de curvatura poderão entrar em uma lista de refinamento ou em uma lista de simplificação. Nos cálculos efetuados para verificar o critério de curvatura, são utilizados os vetores normais ao tecido nos vértices da malha. Esses vetores normais são calculados, de forma aproximada, como a soma dos vetores normais às faces triangulares adjacentes ao vértice considerado. Assim, se o ângulo entre os vetores normais nos vértices de extremidade de uma dada aresta (Figura 4.10) for maior do que um limite máximo,  $\theta_{max}$ , (estabelecido a priori) essa aresta será refinada. Por outro lado, caso esse ângulo seja menor do que um limite mínimo,  $\theta_{min}$ , pré-estabelecido, essa aresta será inclusa na lista de simplificação.



Figura 4.10: Critério de curvatura.

Para não criar uma grande densidade de vértices em uma sub-região, o valor do ângulo limite para o refinamento,  $\theta_{max}$ , precisa crescer a medida que a área das faces vizinhas diminuem, como ilustrado na Figura 4.11. Para isso, esse limite foi definido proporcional à média das áreas das faces vizinhas dividido pela a área original máxima  $A_{max}^0$  (área de um triângulo equilátero de lados iguais a  $L_{max}^0$ ). Com isso, precisa-se, cada vez mais, de uma uma curvatura maior para um novo refinamento naquela área.



Figura 4.11: Limite de curvatura.

Para evitar que as arestas que tenham sido refinadas em um passo anterior não muito distante do passo corrente sejam simplificadas no passo corrente, a simplificação de uma aresta que tenha sido previamente refinada só é permitida após tempo pré-estabelecido após o refinamento.

#### 4.5.1.4 Suavização da adaptatividade

Após as arestas serem escolhidas para o refinamento, de acordo com os três critérios anteriormente mencionados, verifica-se a existência de arestas vizinhas cujos comprimentos sejam significativamente maiores do que as arestas na lista de refinamento, demonstrado na Figura 4.12. Caso essas arestas existam, elas também serão inseridas na lista de refinamento. Esse fato é verificado:

$$\frac{L_i^0}{L_i^0} < c_2. (4.19)$$

onde  $c_2$  é a porcentagem máxima definida a priori;  $L_i^0 \in L_j^0$  são respectivamente o tamanhos originais da mola que foi escolhida pelos critérios e de uma mola vizinha de *i* que não foi escolhida pelos critérios.



Figura 4.12: Suavização da adaptatividade.

O caso da simplificação ocorre de forma semelhante. Para que arestas vizinhas de uma mola que foi escolhida também possam ser simplificadas no mesmo momento, elas podem ser inseridas na lista se estiverem com pelo menos 10% do tempo pré-estabelecido.

Esses fatores de suavização foram escolhidos empiricamente, para tentar deixar o refinamento e a simplificação mais suaves, de modo que a geração da malha possa aproveitar melhor o espaço da sub-região a ser adaptada.

#### 4.5.2 Fator de densidade

É necessário fazer uma estimativa do valor da densidade da sub-região que será adaptada para poder conseguir gerar uma malha de melhor qualidade. Essa estimativa é feita com a média de todos os fatores de densidade das arestas que se encontram na borda quando a componente conexa for removida (Figura 4.13). O fator de densidade da aresta, j, é:

$$fator_j = \frac{L_j^0}{H_j^0},\tag{4.20}$$

onde  $L_j^0$  é o comprimento original da aresta e  $H_j^0$  é a altura original do triângulo a ser removido que contém a aresta, *j*. Contudo, é possível descobrir a altura do triângulo se sua área,  $A_i^0$ :

$$H_j^0 = \frac{2A_j^0}{L_j^0}.$$
 (4.21)

Substituindo a Equação (4.21) na Equação (4.20) é possível calcular o fator de densidade da aresta j:

$$fator_j = \frac{L_j^{0^2}}{2A_j^0}.$$
 (4.22)



Figura 4.13: Borda a ser remalhada.

De posse do fator médio da área que se quer remalhar, esse valor pode ser aumentado ou diminuído de uma certa porcentagem. No refinamento, tende-se a aumentar com uma porcentagem pequena para que a área seja refinada de forma mais suave, e, assim, a área mais densa irá surgindo paulatinamente. Contudo, a simplificação normalmente só ocorre nos casos onde de fato o tecido está pronto para permanecer simplificado por muito tempo, então o valor dessa porcentagem tende a ser bem menor que o valor original.

### 4.5.3 Remoção dos elementos

Uma lista de componentes conexos é um conjunto de arestas da malha que estão interligadas, assim, quando essas arestas são removidas, resulta na formação de um buraco na malha. A borda desse buraco é usada como entrada do algoritmo para a criação da nova malha local. Contudo, as arestas que pertencem ao contorno do tecido não podem ser removidas. Para que ainda assim essas arestas sejam adaptadas, quando existir alguma delas em uma borda do buraco, ocorre uma bissecção, isso é no caso de refinamento, a aresta é substituída por duas arestas e um vértice (Figura 4.14). Já no caso de simplificação, várias arestas podem ser unidas, e ter seus vértices removidos, contanto que estejam colineares.

Quando várias arestas que se conectam a um mesmo vértice são removidas (Figura 4.13), pode acontecer que esse vértice comum fique desconectado de qualquer aresta. Nesses casos, esse tipo de vértice deve ser removido da estrutura de dados. Semelhante remoção também deve ocorrer com arestas que fiquem isoladas das demais (seus vértices de extremidade não se conectam a nenhuma outra aresta).

Desse modo, a malha pode se adaptar também na borda do tecido. A estrutura de da-



Figura 4.14: Divisão da aresta de borda.

dos *half-edge* foi utilizada para conseguir de maneira rápida e eficaz as adjacências (MÄNTYLÄ, 1988).

# 4.5.4 Geração da malha

O remalhamento ocorre em relação às posições originais dos elementos da borda, com o intuito de determinar qual o tamanho original de cada nova mola criada. Sendo assim, o algoritmo de remalhamento usado é para uma malha planar (MIRANDA *et al.*, 1999). A triangulação é feita com a técnica de avanço de fronteira e faz uso de um processo com uma *quadtree* que servirá como guia para a inserção de novos pontos. Ao final do algoritmo, são aplicadas estratégias de otimização na malha gerada.

A geração da *quadtree* é baseada na discretização da borda. As células da *quadtree* são subdivididas até que o lado de uma célula seja menor do que o comprimento da aresta que está em seu interior multiplicada pelo fator de densidade fornecido como entrada. O fator de densidade controla o refinamento da *quadtree*, e com isso, também controla o tamanho dos triângulos gerados. Em outras palavras, quanto maior o fator, mais refinada a malha fica e quanto menor o fator mais simplificada ela fica.

Uma demonstração da fronteira e da geração da *quadtree* pode ser vista nas Figuras 4.15a e 4.15b. Em seguida, essa *quadtree* é refinada para obedecer dois critérios: a maior célula interna não pode ser maior do que a maior célula na fronteira do domínio (Figura 4.15c); a diferença de nível de duas células vizinhas não pode ser maior do que 1 (Figura 4.15d)

Uma vez gerada a *quadtree*, a malha já pode ser gerada com o avanço de fronteira. Essa fase é dividida em uma etapa baseada em geometria e outra etapa baseada em topologia. A primeira gera elementos de boa qualidade, mas não garante a geração de todos os triângulos. Por sua vez, a segunda etapa garante a geração do restante da malha, mas não garante que os elementos gerados tenham boa qualidade.

Por fim, é feita a melhoria da malha em duas etapas: a suavização de vértices e a otimização de triângulos. A suavização de vértice, também conhecida como suavização Laplaciana, move os vértices internos a fim de deixá-los mais próximos dos centroides dos polígonos formados por seus triângulos adjacentes. A etapa de otimização de triângulos consiste em remover os triângulos ruins, isto é, que estão muito diferentes de um triângulo equilátero, e refazer a triangulação.



Figura 4.15: Fronteira e quadtree gerada. Fonte: (FREITAS, 2010).

Vale ressaltar que, ao final da geração da malha, no caso de refinamento da subregião, são feitos dois testes: se houve a criação de um vértice interno, ou se existe uma aresta muito pequena (de tamanho menor que  $(L_{min}^0)^2$ ). Caso não haja vértices, o passo de geração de malha é refeito com uma densidade acrescida da mesma porcentagem usada no cálculo da densidade. Enquanto no segundo caso, a ha uma nova geração usando uma densidade menor do que a anterior.

# 4.5.5 Atualização de valores

A malha gerada será incorporada no lugar do buraco que foi formado anteriormente. Entretanto, como a malha foi criada com base na posição original do tecido sem deformação, é necessário fazer uma amostragem dos valores atuais das novas partículas. Para isso, é mantida até esse momento uma referência aos triângulos antes da remoção dos vértices, e são utilizadas as coordenadas baricêntricas para descobrir as novas posições. Da mesma forma, as arestas criadas formarão molas que terão os parâmetros calculados. As partículas da fronteira remalhada têm que ter seus valores recalculados, visto que todos dependem da área de influência, e esta é modificada pela modificação das faces.

Com a inclusão dessa nova malha, pode ser que haja um aumento no número de partículas ou até uma diminuição. Para que a simulação continue estável, ou até possa aproveitar mais a estabilidade e o tempo de simulação em casos de simplificação da malha, um novo passo de tempo será calculado. Isso acontece devido ao fato de que há novos valores de parâmetros de partículas e molas, o que resulta em uma nova menor massa entre as partículas e uma nova maior constante elástica entre as molas. Vale salientar que, esses valores serão utilizados para calcular o novo  $\Delta t$ .

# 4.6 Considerações finais

Neste capítulo, foi apresentado o modo de calcular os parâmetros usados no modelo. Cada elemento possui valores importantes que devem ser mantidos atualizados após o remalhamento. Em seguida foi mostrado como é realizado o cálculo das forças usadas na integração numérica. Além disso, também foi mencionado como é feita a detecção e o tratamento de colisão.

Para fazer a adaptatividade local da malha, primeiro é necessário descobrir quais as arestas que representam a área que precisa ser remalhada. Com isso, faz-se o cálculo do fator de densidade desse local que será necessário para o algoritmo de geração da malha. Logo depois é feita a remoção, dos elementos envolvidos. Com a fronteira do buraco formado com as remoções é gerada uma nova malha para essa sub-região. Por fim, são calculados os valores dos parâmetros dos novos elementos, e, recalculados os valores dos elementos da borda que foi remalhada.

No próximo capítulo são apresentados os resultados obtidos com dois testes feitos para exemplificar a técnica descrita.

# **5 RESULTADOS**

# 5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as simulações testes obtidas com a implementação da técnica descrita no Capítulo 4. São expostos três testes, os dois primeiros levam em conta três simulações, onde há a comparação da malha adaptativa com duas malhas estáticas uma com densidade grosseira e refinada; enquanto o último teste é feita uma comparação do método proposto com o método proposto por Simnett *et al.* (2009). Os resultados serão analisados quanto à adaptatividade do tecido, a qual está relacionada à qualidade das dobras e rugas geradas no mesmo; e quanto ao tempo gasto na simulação, comparando-o com o tempo das simulações obtidas em cada simulação.

A análise da adaptatividade é feita mediante uma análise visual do refinamento e da simplificação da malha ao entrar em contato com outro objeto da cena; enquanto que a análise do tempo compara o tempo gasto para animar um tecido por alguns segundos, levando em consideração que os passos de tempo utilizados em cada um dos testes serão diferentes.

# 5.1.1 Aspectos técnicos

O programa, desenvolvido em C++, utilizou a biblioteca *Bullet* para os cálculos de detecção de colisões entre o tecido e os objetos estáticos da cena; e o CRAbMesh (implementação de algoritmos de geração de malhas do grupo UFC-CRAb) para a geração de malhas durante a fase de remalhamento local. Na versão com interface foi utilizada a biblioteca OpenGL e a biblioteca de interfaces QT . Os testes foram executados em um PC com processador 2.33 GHz Core 2 Quad, 2,0 GB de RAM e uma placa de vídeo S775 Intel DG31PR com HD 320 GB.

# 5.2 Teste I: Acomodação do tecido sobre o Stanford Bunny

# 5.2.1 Descrição do teste



Figura 5.1: Posição inicial do tecido no Teste I. A partícula que terá sua posição analisada está marcada.

Neste teste, são executadas três simulações de acomodação de um tecido quadrado

de  $1m \times 1m$  sobre o dorso do Stanford Bunny. Essas simulações diferem apenas quanto à maneira como o tecido foi discretizado. Na primeira simulação, a malha foi discretizada em uma grade regular de 5 × 5 vértices (Figura 5.1b). Na segunda simulação, a malha adapta-se no decorrer da simulação, segundo a técnica descrita no Capítulo 4, a partir da malha inicial grosseira ilustrada na Figura 5.1b. Na terceira simulação, a malha foi discretizada em uma grade regular, bem mais refinada, de 17 × 17 vértices (Figura 5.1c). O cálculo dos passos de tempo utilizados em cada uma das três simulações numéricas foi feito segundo a Equação 4.6, com os seguintes valores da constante  $\beta$  respectivamente: 0,008*s*, 0,001*s* e 0,0008*s*. As três simulações começaram com um passo de tempo de 0,0001*s*, o qual é ajustado a partir da primeira colisão. Os parâmetros iniciais, que são iguais para as três simulações, estão registrados na Tabela 5.1.

Geral	
Vetor aceleração da gravidade ( <b>g</b> )	$(0;0;-9,81)^T m/s^2$
Colisão	
Coeficiente de atrito do Bunny ( $\mu$ )	$1,0  imes 10^{-2}$
Coeficiente de atrito do Chão ( $\mu$ )	$1,0 imes 10^{-1}$
Fator de amortecimento $(k)$	$5,0 imes 10^{-1}$
Tecido	
Densidade ( $\rho$ )	$8,0 \times 10^{3} kg/m^{3}$
Espessura (T)	$1,0 \times 10^{-4}m$
Coeficiente de permeabilidade ( $\kappa$ )	3
Módulo de Young $(E)$	$1,0  imes 10^{7}$ M/m <sup>2</sup>
Porcentagem de amortecimento ( $\alpha$ )	1%
Constante elástica de flexão $(k_{\text{flexão}}^e)$	$1,0 \times 10^{-3} N/m$
Constante de amortecimento de flexão $(k_{\text{flexão}}^d)$	$1,0  imes 10^{-4}$ M/m
Coeficiente de atrito $(\mu)$	$4,0  imes 10^{-1}$
Remalhamento	
Tempo para simplificar	$1,0  imes 10^{-1}s$
Compressão para refinar (c)	70%
Curvatura para refinar $(cos\theta)$	0,97
Curvatura para simplificar $(cos\theta)$	0,999995
Limite mínimo do comprimento da mola	13 <i>cm</i>
Limite máximo do comprimento da mola	40 <i>cm</i>
Porcentagem de tamanho máximo de uma aresta vizinha ( $c_2$ )	75%
Porcentagem da densidade para refinamento	101%
Porcentagem da densidade para simplificação	75%

# 5.2.2 Resultados

A Figura 5.2 mostra os resultados das três simulações nos instantes de aproximadamente: 0, 1*s*, 0, 25*s*, 0, 35*s* e 0, 5*s*. A coluna da esquerda apresenta os resultados obtidos na simulação com malha grosseira, enquanto que a coluna central e a coluna da direita apresentam os resultados obtidos com a malha adaptativa e com a malha refinada, respectivamente.



(m) t = 0,486196s (wireframe) (n) t = 0,482934s (wireframe) (o) t = 0,466762s (wireframe)

Figura 5.2: Resultados do Teste I. Cada coluna corresponde a uma simulação: coluna da esquerda - Malha grosseira; coluna central - Malha adaptativa; coluna da direita - Malha refinada.

Vale ressaltar que, no final da simulação com a malha refinada, o método numérico começou a apresentar instabilidade numérica, isto é, ele precisaria de um passo de tempo ainda menor para uma simulação mais confiável.

#### 5.2.3 Análise de resultados



Os gráficos com a quantidade de elementos das malhas podem ser vistos na Figura

Figura 5.3: Número de elementos por tempo nas malhas no Teste I.

Nos três gráficos da Figura 5.3, como era esperado, o número de elementos nas malhas sem adaptatividade mantiveram-se constantes, enquanto que na malha adaptativa, eles aumentaram ao longo do tempo. As curvas da malha adaptativa nos três gráficos são semelhantes, o que indica o crescimento proporcional do número de faces e arestas com o número de vértices. Por sua vez, essa proporcionalidade está relacionada à criação de vértices com valências moderadas (o número de arestas conectadas a um mesmo vértice não é elevado), atestando que a qualidade da malha permaneceu boa.

A Figura 5.4 mostra as coordenadas da posição da partícula P (vide Figura 5.1) em cada instante de tempo, para cada simulação.



Figura 5.4: Gráfico posição vs. tempo da partícula P do tecido no Teste I.

Para fins de comparação, os resultados da malha refinada são tomados como referência (são considerados mais próximos do comportamento real do tecido). No eixo Z (Figura 5.4c) as três curvas se mostram mais semelhantes entre si, entretanto, no eixo X e no eixo Y (Figuras 5.4b e 5.4b), a curva da malha adaptativa se encontra mais próxima à curva da malha refinada. O passo de tempo na simulação adaptativa depende de três fatores: a constante  $\beta$  do passo de tempo, a menor massa entre as partículas do tecido e a maior constante de elasticidade entre as molas do tecido. Os dois últimos fatores, assim como o passo de tempo utilizado para a simulação são ilustrados no gráfico da Figura 5.5.



Figura 5.5: Variáveis no passo de tempo no Teste I.

A massa das partículas e as constantes das molas começaram iguais nas simulações com a malha grosseira e com a malha adaptativa, contudo, no decorrer do tempo a menor massa da malha adaptativa foi diminuindo, pelo fato de que a massa concentrada em um vértice da malha é definida como a massa do tecido em uma área de influência em volta daquele vértice. Assim, à medida que as faces de uma região de refinamento vão diminuindo de tamanho, as áreas de influência em torno dos vértices diminuem. De forma semelhante, a maior contante das molas vai aumentando, pois as arestas vão diminuindo. Nas Figuras 5.5a e 5.5b, é possível observar que há áreas mais densas, e também áreas menos densas, devido ao fato da malha adaptativa ter menos partículas que a malha mais refinada (Figura 5.3a). Isto é, a malha adaptativa conseguiu aumentar os esforços nas sub-regiões mais necessárias.

A Figura 5.5c mostra os passos de tempo das simulações. A malha grosseira precisou de um passo de tempo grande, comparando-a com os outros dois exemplos. A malha refinada, por ser constante, passou para um passo de tempo bem pequeno, enquanto a malha adaptativa conseguiu permanecer quase metade do tempo de simulação com um passo de tempo acima da malha refinada, para depois diminuir um pouco mais.

A Tabela 5.2 mostra uma visão geral do tempo gasto nas simulações com cada tipo de malha, bem como o número de quadros e o tempo médio gasto para o cálculo de cada quadro.

Malha	<b>Tempo total</b> (s)	Número de quadros	Tempo médio por quadros (s)
Grosseira	24,8	2236	0,01109
Adaptativa	10401,7	134127	0,07755
Refinada	19237,7	174312	0,11036

Tabela 5.2: Tempos de simulação do Teste I.

O tempo total da malha grosseira foi bem pequeno se for comparado com as duas outras simulações. A simulação adaptativa e refinada levaram mais tempo para serem simuladas porque tinham mais partículas que a primeira simulação. O passo de tempo da simulação adaptativa foi, em grande parte do tempo, maior que o da simulação com malha refinada, o que fez com que essa simulação ainda possuísse um número de quadros menor do que a outra. Entretanto, o tempo médio para o cálculo e a atualização de um quadro cresce à medida que o número de elementos da malha aumenta.

# 5.3 Teste II: Acomodação de uma toalha de mesa sobre uma mesa circular



# 5.3.1 Descrição do teste

(a) Tecido

(b) Malha grosseira

(c) Malha refinada

Figura 5.6: Posição inicial do tecido no Teste II. A partícula que terá sua posição analisada está marcada.

Neste teste, são executadas três simulações de acomodação de um tecido quadrado de 1mx1m sobre uma mesa circular de raio aproximado 70*cm*. Analogamente às simulações do Teste I, essas simulações diferem apenas quanto à maneira como o tecido foi discretizado. Na primeira simulação, a malha foi discretizada em uma grade regular de  $5 \times 5$  vértices (Figura 5.6b). Na segunda simulação, a malha adapta-se no decorrer da simulação, segundo a técnica descrita no Capítulo 4, a partir da malha inicial grosseira ilustrada na Figura 5.6b. Na terceira simulação, a malha foi discretizada em uma grade regular, bem mais refinada, de  $17 \times 17$  vértices (Figura 5.6c).

O cálculo dos passos de tempo utilizados em cada uma das três simulações numéricas foi feito segundo a Equação 4.6, com os seguintes valores da constante  $\beta$  respectivamente: 0,008*s*, 0,001*s* e 0,0008*s*. As três simulações começaram com um passo de tempo de 0,0001*s*, o qual é ajustado a partir da primeira colisão. Os parâmetros iniciais, que são iguais para as três simulações, estão registrados na Tabela 5.3.

# 5.3.2 Resultados

A Figura 5.7 mostra os resultados das três simulações nos instantes de aproximadamente: 0,15s, 0,5s, 0,75s e 1s. A coluna da esquerda apresenta os resultados obtidos na

Geral	
Vetor aceleração da gravidade ( <b>g</b> )	$(0;0;-9,81)^T m/s^2$
Colisão	
Coeficiente de atrito da Mesa ( $\mu$ )	$5,0  imes 10^{-2}$
Fator de amortecimento ( <i>k</i> )	$5,0  imes 10^{-1}$
Tecido	
Densidade ( $\rho$ )	$8,0 \times 10^{3} kg/m^{3}$
Espessura (T)	$1,0 \times 10^{-4}m$
Coeficiente de permeabilidade ( $\kappa$ )	3,5
Módulo de Young $(E)$	$1,0  imes 10^{7}$ M/m <sup>2</sup>
Porcentagem de amortecimento ( $\alpha$ )	1%
Constante elástica de flexão $(k_{\text{flexão}}^{e})$	$1,0 \times 10^{-3} N/m$
Constante de amortecimento de flexão $(k_{\text{flexão}}^d)$	$1,0  imes 10^{-4}$ M/m
Coeficiente de atrito ( $\mu$ )	$4,0 imes 10^{-1}$
Remalhamento	
Tempo para simplificar	$2,0 \times 10^{-2}s$
Compressão para refinar (c)	70%
Curvatura para refinar $(cos\theta)$	0,97
Curvatura para simplificar ( $cos\theta$ )	0,999995
Limite mínimo do comprimento da mola	10 <i>cm</i>
Limite máximo do comprimento da mola	35 <i>cm</i>
Porcentagem de tamanho máximo de uma aresta vizinha ( $c_2$ )	65%
Porcentagem da densidade para refinamento	101%
Porcentagem da densidade para simplificação	25%

Tabela 5.3: Parâmetros usados no Teste II.

simulação com malha grosseira, enquanto que a coluna central e a coluna da direita apresentam os resultados obtidos com a malha adaptativa e com a malha refinada, respectivamente.

# 5.3.3 Análise de resultados

Os gráficos com a quantidade de elementos das malhas podem ser vistos na Figura

5.8.

As curvas que representam a malha adaptativa da Figura 5.8 são semelhantes, o que indica um crescimento regular de elementos. Nessa simulação adaptativa, o número final de elementos ficou maior do que o número de elementos da malha refinada. No começo da curva, observa-se um crescimento súbito do número de elementos seguido de uma leve diminuição, indicando a ocorrência de simplificação. Isso ocorre um pouco após o tecido colidir com a mesa. A acomodação do tecido nas bordas da mesa exige refinamento da malha, gerando faces pequenas inclusive em parte do tecido que ficou em contato com a face plana da mesa. Logo em seguida, a parte do tecido que fica coplanar em contato com a parte plana da mesa sofre simplificação de malha, o que acarreta a leve diminuição do número de elementos observada naquele instante. Por volta do tempo de 0, 2*s*, o tecido começa a se curvar bastante, o que leva a



(m) t = 0,99077s (wireframe) (n) t = 0,982671s (wireframe) (o) t = 0,972103s (wireframe)

Figura 5.7: Resultados do Teste II. Cada coluna corresponde a uma simulação: coluna da esquerda - Malha grosseira; coluna central - Malha adaptativa; coluna da direita - Malha refinada.



Figura 5.8: Número de elementos por tempo nas malhas no Teste II.

uma novo refinamento devido ao critério de curvatura.

Na coluna esquerda da Figura 5.7, observa-se que a malha grosseira é incapaz de acomodar-se à borda circular da mesa, apresentando um resultado visual incompatível com a geometria do modelo. A mesa tem formato circular, mas a simulação da malha grosseira ocasionou uma aproximação quadrada para a mesma. Observa-se também que a malha refinada regular não foi capaz de se adaptar bem à borda circular, gerando um aspecto de caimento na forma de um octógono. Esse problema poderia ser solucionado através do uso de uma malha ainda mais refinada, entretanto, isso acarretaria o aumento do custo computacional da simulação. A malha adaptativa, por sua vez, mostrou o caimento da toalha de forma mais realista na borda da mesa a partir do tempo de 0, 5*s*, quando o número total de elementos ainda era menor do que o número de elementos da malha refinada. Obviamente, a malha adaptativa também gera uma aproximação poligonal da silhueta circular da mesa. Porém, no mesmo tempo de simulação de 1*s*, a acomodação adaptativa já apresentou resultado satisfatório com um número de elementos aproximadamente igual ao da malha refinada.

A Figura 5.9 mostra as coordenadas da posição da partícula P (ide Figura 5.6) em cada instante de tempo, para cada simulação.



Figura 5.9: Gráfico posição vs. tempo da partícula P do tecido no Teste II.

A malha simplificada não consegue representar a curvatura do tecido de forma

realista. Isso ocorre porque, quando uma aresta da malha do tecido colide com a mesa, o modelo de simulação, incapaz de tratar o efeito dessa força de contato no meio da aresta, aplica forças de repulsão às partículas de sua extremidade. A simulação com malha refinada obteve uma boa curvatura. Por sua vez, a malha adaptativa, com um número menor de elementos, apresentou uma curvatura também realista.

Os fatores que são necessários para o cálculo do passo de tempo são mostrados na Figura 5.10.



Figura 5.10: Variáveis no passo de tempo no Teste II.

Na Figura 5.8a, observa-se um grande refinamento da malha adaptativa, gerando mudanças localizadas nas massas das partículas (Figura 5.10a) e nas constantes das molas (Figura 5.10b), isso mostra que logo de início a malha do tecido ficou mais densa em algumas sub-regiões do que na malha refinada. Em compensação o passo de tempo (Figura 5.10c) ficou bem pequeno.

A Tabela 5.4 mostra uma visão geral do tempo gasto nas simulações com cada tipo de malha, bem como o número de quadros e o tempo médio gasto para o cálculo de cada quadro.

Malha	<b>Tempo total</b> ( <i>s</i> )	Número de quadros	Tempo médio por quadros (s)
Grosseira	14,3	4391	0,00326
Adaptativa	35986,4	1020828	0,03525
Refinada	13870,7	346795	0,03999

Tabela 5.4: Tempos de simulação do Teste II.

Como esperado, os tempos da simulação da malha simplificada são bem menores que os outros, e, já que o passo da simulação é relativamente grande, poucos quadros foram calculados. Na simulação da malha refinada, o tempo total foi quase 100% maior do que aquele da malha grosseira. Por sua vez, a simulação adaptativa demorou quase que três vezes mais do que a refinada, pelo fato do passo de tempo usado na simulação com a malha adaptativa ter sido menor. Entretanto, o tempo médio da simulação com a malha adaptativa foi menor do que o tempo médio para o caso da malha refinada, devido ao fato de que, em quase toda a simulação, a malha adaptativa teve menos elementos.

# 5.4 Teste III: Acomodação de um tecido sobre uma esfera

## 5.4.1 Descrição do teste



Figura 5.11: Posição inicial do tecido no Teste III.

Neste teste, são executadas duas simulações da acomodação de um tecido quadrado de  $1m \times 1m$  sobre uma esfera de raio 25cm com duração de 0, 6s. Essas simulações diferem quanto à abordagem utilizada para adaptatividade da malha do tecido. Na primeira simulação a malha adapta-se no decorrer da simulação segundo a abordagem de subdivisão 1-para-4 proposta por Simnett *et al.* (2009). A segunda simulação é realizada mediante a técnica de remalhamento proposta nesta pesquisa. A malha inicial em ambas as simulações é discretizada em uma grade regular de  $5 \times 5$  vértices (Figura 5.11b). Os parâmetros iniciais utilizados são registrados na Tabela 5.5.

# 5.4.2 Resultados

A Figura 5.12 mostra os resultados das duas simulações nos instantes de aproximadamente: 0, 15*s*, 0, 3*s*, 0, 45*s* e 0, 6*s*. A coluna da esquerda apresenta os resultados obtidos como o modelo de subdivisão 1-para-4, enquanto que a coluna da direita apresenta os resultados obtidos com a abordagem de remalhamento.

# 5.4.3 Análise de resultados

Observa-se que, no início da simulação com o modelo de subdivisão adaptativa 1-para-4 o tecido penetrou bastante na esfera (Figura 5.12a), tornando a simulação menos realista. Isso acontece devido à restrição do modelo em que as arestas filhas de uma aresta que acabou de ser refinada, só podem ser refinadas novamente quando todas as arestas que pertencem à face da aresta de nível menor também estiverem refinadas.

Os gráficos com a quantidade de elementos das malhas podem ser vistos na Figura 5.13.

Na Figura 5.13, as curvas da malha de remalhamento começam acima das curvas da malha de refinamento 1-para-4. Isso ocorre devido ao fato de que a primeira tem problemas para refinar no início da simulação (Figura 5.12a). No entanto, no final da simulação o número

Geral	
Vetor aceleração da gravidade ( <b>g</b> )	$(0;0;-9,81)^T m/s^2$
Constante para o cálculo do passo de tempo ( $\beta$ )	$1,0  imes 10^{-3}$
Colisão	
Coeficiente de atrito da Esfera ( $\mu$ )	$5,0  imes 10^{-2}$
Fator de amortecimento $(k)$	$5,0 imes10^{-1}$
Tecido	
Densidade ( $\rho$ )	$6,0 \times 10^{3} kg/m^{3}$
Espessura (T)	$1,0 \times 10^{-4}m$
Coeficiente de permeabilidade ( $\kappa$ )	3
Módulo de Young (E)	$1,0  imes 10^{7}$ M/m <sup>2</sup>
Porcentagem de amortecimento ( $\alpha$ )	1%
Constante elástica de flexão $(k_{\text{flexão}}^e)$	$1,0 \times 10^{-3}$ M/m
Constante de amortecimento de flexão $(k_{\text{flexão}}^d)$	$1,0  imes 10^{-4}$ M/m
Coeficiente de atrito ( $\mu$ )	$5,0  imes 10^{-2}$
Adaptatividade	
Tempo para simplificar	$1,0 imes 10^{-1}s$
Compressão para refinar (c)	70%
Curvatura para refinar ( $cos\theta$ )	0,97
Curvatura para simplificar ( $cos \theta$ )	0,999995
Remalhamento	
Limite mínimo do comprimento da mola	8 <i>cm</i>
Limite máximo do comprimento da mola	25 <i>cm</i>
Porcentagem de tamanho máximo de uma aresta vizinha $(c_2)$	75%
Porcentagem da densidade para refinamento	101%
Porcentagem da densidade para simplificação	35%
<b>1-para-4</b> (SIMNETT <i>et al.</i> , 2009)	
Profundidade máxima	3
Porcentagem para o limite de curvatura máximo na profundidade i	$95\%^i$

Tabela 5.5: Parâmetros usados no Teste III.

de elementos gerados na malha com a subdivisão 1-para-4 chega a ser bem mais elevado do que com a malha gerada com o remalhamento. Depois do tempo de 0,21*s*, há um crescimento elevado de elementos na subdivisão 1-para-4, que ocorre devido ao fato de várias arestas de um nível baixo serem refinadas, o que permite que arestas de nível mais alto também sejam refinadas quase no mesmo instante. Por outro lado, as curvas relativas ao remalhamento permanecem em um crescimento quase constante, já que todas as arestas que ainda poderiam ser refinadas ainda teriam suas sub-regiões refinadas.

Os fatores que são necessários para o cálculo do passo de tempo são mostrados na Figura 5.14.

As curvas de menor massa e maior constante elástica relativas ao remalhamento (Figuras 5.14a e 5.14a) mostram que este modelo proporcionou localidades mais densas do que a subdivisão 1-para-4. Em contrapartida, isso afeta o passo de tempo usado na simulação, fazendo com que o mesmo fosse sempre menor do que o utilizado na subdivisão 1-para-4.



Figura 5.12: Resultados do Teste III. Cada coluna corresponde a uma simulação: coluna da esquerda - Subdivisão 1-para-4 (SIMNETT *et al.*, 2009); coluna da direita - Remalhamento.

A diferença de valores da Figura 5.14a é bem menor que a diferença de valores da Figura 5.14b, isso pode ser explicado com o fato de que existe uma partícula que pelo menos uma



Figura 5.13: Número de elementos por tempo nas malhas no Teste III.



Figura 5.14: Variáveis no passo de tempo no Teste III.

de suas arestas adjacentes seja muito menor que o resto. Essa aresta de comprimento pequeno, faz com que haja uma constante de elasticidade bastante elevada, enquanto as outras arestas que são maiores deixam as áreas das faces incidentes grandes o que permite ainda assim que a massa permaneça relativamente grande.

A Tabela 5.6 mostra uma visão geral do tempo gasto nas simulações com cada tipo de malha, bem como o número de quadros e o tempo médio gasto para o cálculo de cada quadro.

Tabela 5.6: Tempos de simulação do Teste III.

Malha	<b>Tempo total</b> (s)	Número de quadros	Tempo médio por quadros (s)
1-para-4	20086,4	122509	0,16395
Remalhamento	21204,5	269071	0,07880

Como o modelo de remalhamento necessitou de um passo de tempo menor durante a simulação, acarretando um número maior de quadros, seu tempo total foi um pouco maior do que o da subdivisão 1-para-4. Além disso, observa-se que o tempo médio por quadros da simulação é bem menor no remalhamento, pois na maior parte do tempo este apresentou menos partículas que a subdivisão 1-para-4.

# 5.5 Considerações finais

Neste capítulo, foram mostradas simulações em três cenas distintas. O primeiro teste consistiu da acomodação de um tecido sobre o dorso do Stanford Bunny. Os resultados do método adaptativo foram comparados com aqueles obtidos considerando a malha imutável durante a simulação: um com uma malha pouco refinada e outro com a malha mais refinada. O segundo exemplo consistiu em um tecido em queda, acomodando-se sobre uma mesa circular. Enquanto o terceiro teste, resumiu-se a acomodação de um tecido sobre uma esfera. Os mesmos tipos de análises feitas foram feitas em todos os testes.

Os parâmetros de remalhamento escolhidos para fazer a simulação influenciam bastante em como a malha vai se comporta no decorrer da simulação. O tempo mínimo para simplificar depois de um refinamento precisa de um valor diferente dependo do exemplo. No Teste I, por exemplo, o valor foi alto porque, mesmo havendo simplificação no início, não seria de grande ajuda já que essas sub-regiões que seriam refinadas posteriormente.

O valor de tamanho mínimo da mola interfere na decisão de refinamento de uma mola, entretanto não influencia diretamente no tamanho das novas arestas criadas no passo de geração da malha. Porém, se esse valor fosse maior no Teste II, o resultado poderia ter gasto menos tempo para ser simulado. No Teste III, é possível perceber que, no refinamento 1-para-4, a menor aresta terá tamanho 3*cm*, aproximadamente, enquanto com o remalhamento, uma aresta não terá mais que ser refinada se estiver com tamanho abaixo de 8*cm*, contudo ainda assim, possuía arestas menores que a malha que usou refinamento 1-para-4.

A porcentagem de tamanho máxima de uma aresta vizinha no refinamento faz com que a malha tenda a ser suave na transição de densidade. Com isso, não houve muitos triângulos obtusângulos na malha.

O método usado para a geração de malha diz que o melhor valor para para a densidade no intuito de criar malhas com triângulos de boa qualidade é de 0,85. Contudo, para a simplificação da malha esse valor tem que ser bem menor, e, em geral, para o refinamento o valor tem que ser maior. As sub-regiões escolhidas para simplificar, normalmente, vêm de uma área já refinada, com isso o fator densidade resultante estimado tende a ser grande. Assim, foi necessário de um valor bem abaixo do estimado no Teste II, assim a porcentagem de densidade para a simplificação foi de 0,25. Se esse valor fosse maior, poderia causar refinamento ao invés de simplificação na sub-região. O limite máximo do comprimento da mola também exerce influência na simplificação.

Enquanto porcentagem da densidade para refinamento, nos dois testes, foi usado uma porcentagem para deixar quase do mesmo valor estimado, o que fez com que a malha fosse refinada gradualmente, usando somente as molas necessárias a cada refinamento.

No próximo capítulo, são apresentadas as conclusões sobre este trabalho e algumas possibilidades de trabalhos futuros.

# 6 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo testar uma nova técnica para a adaptação, em tempo de simulação, da malha usada para modelar o tecido. Precisa-se moderar densidade dos vértices da malha para obter um melhor aproveitamento do tempo da simulação. No Capítulo 2, foram apresentados alguns conceitos básicos da simulação de tecido, abrangendo vários aspectos necessários para uma contextualização deste trabalho. No Capítulo 3, foram abordadas as técnicas mais usadas para o refinamento e simplificação de malha para a simulação de tecido.

O Capítulo 4 apresentou o método proposto por este trabalho, onde a adaptação da malha é feita de forma local por meio do remalhamento da sub-região que precisa ser representada com mais pontos. Por fim, no Capítulo 5, foram apresentados os resultados de dois testes usados para mostrar as vantagens da técnica proposta sobre métodos não adaptativos.

Os resultados obtidos com malha adaptativa proposta e foram comparados com os resultados de duas malhas constantes, uma muito refinada e a outra grosseira, que foi a mesma usada no instante inicial da simulação adaptativa. Mediante esses resultados, observou-se que a malha adaptativa, ao longo da simulação, manteve um número menor de elementos do que a malha refinada, e, ainda assim, mostrou uma boa silhueta do objeto sobre o qual o tecido se acomodou. Pode-se afirmar que, para que um mesmo nível de realismo seja atingido, o método adaptativo apresenta menor custo computacional do que o método não adaptativo e um método mais flexível.

As técnicas adaptativas existentes usam refinamento-h, que trata-se de um refinamento regular. Assim, se a malha utilizada for regular, a malha permanece regular. Na técnica proposta neste trabalho, isso não acontece, pois, não importa o tipo da malha de entrada, o resultado sempre será uma malha não regular. Contudo, supondo-se que a topologia não começa muito boa, com o primeiro caso não há a garantia que o refinamento seja bem feito, enquanto no segundo caso há a geração de uma malha local que, na maioria das vezes, é uma boa malha para a área em adaptatividade. Além disso, as técnicas que utilizam refinamento regular, muitas vezes causam propagação do refinamento, causando um enriquecimento da malha em lugares que podem não ter essa necessidade. Por sua vez, o remalhamento consegue deixar a adaptação bem localizada na sub-região.

Dado que o módulo de elasticidade de um tecido real é elevado, tentar simular um tecido através de sistemas massa-mola em que as rigidezes das molas representem o mais fielmente possível a elasticidade do tecido, pode levar a instabilidades numéricas e, normalmente, exigem passos de tempo muito pequenos. Por sua vez, quando o passo de tempo da simulação é muito pequeno, a detecção de colisão pode ser prejudicada, ocasionando penetração das partículas do tecido nos objetos sólidos com os quais ele entre em contato, ou no próprio tecido (autocolisão).

# 6.1 Trabalhos futuros

Esta técnica não depende especificamente do método usado para detectar e processar as colisões, porém o resultado visual depende bastante de como ocorrem essas colisões. Neste trabalho, foi utilizada uma técnica bastante simples, que pode, em muitos casos, não apresentar bons resultados. Com isso, seria interessante apresentar uma técnica robusta para que não ocorra nenhuma penetração visível do tecido nos objetos da cena. Com uma técnica robusta de detecção de colisão, é possível tratar da simulação dinâmica de tecidos interagindo com objetos móveis.

Com os métodos numéricos existentes, as simulações dinâmicas de tecido demandam muito tempo de processamento. Pretende-se investigar métodos numéricos mais robustos para esse fim.

Quanto ao remalhamento, pode-se tentar gerar uma malha que leve em consideração a geometria do objeto colidido, assim alguns vértices e arestas poderiam ficar em locais estratégicos para melhorar a silhueta do objeto, principalmente se tratando de objetos com mudanças bruscas como a mesa usada no Teste II.

O passo de tempo dinâmico foi uma maneira de estimar o melhor passo de tempo para ser usado a cada iteração, porém o passo de tempo chegou a ser bem pequeno, e muitas vezes a simulação não precisaria de uma magnitude tão pequena. Pode-se tentar achar outra estimativa que seja mais precisa.

Tanto o cálculo numérico como a atualização e refinamento da malha, cada elemento usado não depende do estado de nenhum outro no atual passo de tempo, assim todo o algoritmo pode ser feito em paralelo.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BARAFF, D.; WITKIN, A. P. Large steps in cloth simulation. In: *Proceedings of SIGGRAPH 98*. [S.l.: s.n.], 1998. (Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series), p. 43–54.

BIRRA, F.; SANTOS, M. P. dos. Towards efficiency in cloth simulation. In: PERALES, F. J.; FISHER, R. B. (Ed.). *5th International Conference on Articulated Motion and Deformable Objects*. [S.l.]: Springer-Verlag, 2008. (Lecture Notes in Computer Science, 5098), p. 144–155.

BRIDSON, R.; FEDKIW, R.; ANDERSON, J. Robust treatment of collisions, contact and friction for cloth animation. *ACM Trans. Graph.*, ACM, v. 21, n. 3, p. 594–603, jul. 2002.

BRIDSON, R. E.; MARINO, S.; FEDKIW, R. Simulation of clothing with folds and wrinkles. In: *Proceedings of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*. [S.1.]: Eurographics Association, 2003. (SCA '03), p. 28–36.

BROCHU, T.; EDWARDS, E.; BRIDSON, R. Efficient geometrically exact continuous collision detection. *ACM Trans. Graph.*, ACM, v. 31, n. 4, p. 96:1–96:7, jul. 2012.

BULLET. Bullet physics library. Disponível em: <a href="http://www.bulletphysics.org">http://www.bulletphysics.org</a>>.

CAILIANG, S.; MINGMIN, Z.; WEI, L. Dynamic cloth simulation based on the adaptive hybrid integration. In: *Computer Application and System Modeling (ICCASM), 2010 International Conference on.* [S.l.: s.n.], 2010. v. 4, p. 631–635.

CAMPOS, J. R. *Modelos deformáveis de partículas e algoritmos de colisões aplicados à simulação de tecidos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, 2006.

CARVALHO, L. L. de. *Um Estudo Comparativo de Métodos de Simulação de Tecidos Virtuais Através de Sistemas de Partículas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2012.

CATMULL, E. The problems of computer-assisted animation. *SIGGRAPH78*, ACM Press, v. 12, n. 3, p. 348–353, ago. 1978.

CHOI, K.-J.; KO, H.-S. Stable but responsive cloth. In: *Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. [S.l.]: ACM, 2002. (SIGGRAPH '02), p. 604–611.

DESBRUN, M.; SCHRÖDER, P.; BARR, A. Interactive animation of structured deformable objects. In: *Proceedings of the 1999 conference on Graphics interface '99*. [S.l.]: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1999. p. 1–8.

ETZMUß, O.; EBERHARDT, B.; HAUTH, M.; STRAßER, W. Collision adaptive particle systems. *Computer Graphics and Applications, Pacific Conference on*, IEEE Computer Society, v. 0, p. 338–347, 2000.

ETZMUß, O.; KECKEISEN, M.; STRAßER, W. A fast finite element solution for cloth modelling. *Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, IEEE Computer Society, p. 244–251, 2003.

FREITAS, M. O. Geração em Paralelo de Malhas Triangulares por Avanço de Fronteira com Particionamento por Decomposição Espacial Recursiva. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2010.

FUHRMANN, A.; GROß, C.; LUCKAS, V. Interactive animation of cloth including self collision detection. In: *WSCG'03*. [S.I.: s.n.], 2003. p. 141–148.

GELDER, A. V. Approximate simulation of elastic membranes by triangulated spring meshes. *Journal of Graphics Tools*, v. 3, n. 2, p. 21–41, 1998.

HANNOUN, N.; ALEXIADES, V. Issues in adaptive mesh refinement implementation. In: *Electronic Journal of Differential Equations*. [S.l.: s.n.], 2007.

HOWLETT, P.; HEWITT, W. T. Mass-spring simulation using adaptive non-active points. *Comput. Graph. Forum*, v. 17, n. 3, p. 345–354, 1998.

HUTCHINSON, D.; PRESTON, M.; HEWITT, W. T. Adaptive refinement for mass/spring simulations. In: *In 7th Eurographics Workshop on Animation and Simulation*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1996. p. 31–45.

IRVING, G.; TERAN, J. M.; FEDKIW, R. P. Invertible finite elements for robust simulation of large deformation. In: *Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*. [S.1.]: Eurographics Association, 2004. (SCA '04), p. 131–140.

JIANG, Y.; WANG, R. Real-time cloth simulation based on improved verlet algorithm. In: *Computer-Aided Industrial Design Conceptual Design (CAIDCD)*, 2010 IEEE 11th International Conference on. [S.1.: s.n.], 2010. v. 1, p. 443–446.

KANG, Y.-M.; CHO, H.-G. Real-time animation of complex virtual cloth with physical plausibility and numerical stability. *Presence: Teleoper. Virtual Environ.*, MIT Press, v. 13, p. 668–680, dez. 2004.

KAWABATA, S. *The standardization and analysis of hand evaluation*. [S.l.]: The Textile Machinery Society of Japan, 1975.

KOBBELT, L. sqrt(3)-subdivision. In: *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. [S.l.]: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000. (SIGGRAPH '00), p. 103–112.

LEE, Y.; YOON, S.; OH, S.; KIM, D.; CHOI, S. Multi-resolution cloth simulation. *Computer Graphics Forum*, Blackwell Publishing Ltd, v. 29, n. 7, p. 2225–2232, 2010.

LI, L.; VOLKOV, V. Cloth animation with adaptively refined meshes. In: *Proceedings of the Twenty-eighth Australasian conference on Computer Science*. [S.l.: s.n.], 2005. (ACSC '05, v. 38), p. 107–113.

LIU, H.; ZHONG, Y.; WANG, S. Subdivision on reusable garment model. *International Journal of Clothing Science and Technology*, Emerald Group Publishing Limited, 2012.

LOOP, C. Smooth Subdivision Surfaces Based on Triangles. Dissertação (Mestrado) — University of Utah, 1987.

MAGNENAT-THALMANN, N. (Ed.). *Modeling and Simulating Bodies and Garments*. [S.l.]: Springer, 2010. ISBN 9781849962629.

MÄNTYLÄ, M. *An introduction to solid modeling*. [S.l.]: Computer Science Press, 1988. (Principles of computer science series).

MIN, S.; TIANLU, M. Cloth animation based on particle model with constraint. In: *Proceedings* of the 2011 Workshop on Digital Media and Digital Content Management. [S.1.]: IEEE Computer Society, 2011. (DMDCM '11), p. 141–145.

MIRANDA, A. C. O.; CAVALCANTE-NETO, J. B.; MARTHA, L. F. An algorithm for two-dimensional mesh generation for arbitrary regions with cracks. In: *Proceedings of the XII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing*. [S.1.]: IEEE Computer Society, 1999. (SIBGRAPI '99), p. 29–38.

NEALEN, A.; MUELLER, M.; KEISER, R.; BOXERMAN, E.; CARLSON, M. Physically based deformable models in computer graphics. *Computer Graphics Forum*, Blackwell Publishing, v. 25, n. 4, p. 809–836, dez. 2006.

OH, S.; AHN, J.; WOHN, K. Low damped cloth simulation. *The Visual Computer*, v. 22, n. 2, p. 70–79, 2006.

OH, S.; NOH, J.; WOHN, K. A physically faithful multigrid method for fast cloth simulation. *Comput. Animat. Virtual Worlds*, John Wiley and Sons Ltd., v. 19, n. 3-4, p. 479–492, set. 2008.

OPTITEX. Optitex fabric editor. Disponível em: <http://www.optitex.com>.

PARENT, R. *Computer Animation: Algorithms and Techniques*. [S.l.]: Morgan Kaufmann, 2012. (Morgan Kaufmann).

PREPARATA, F. P.; SHAMOS, M. I. *Computational geometry: an introduction*. [S.l.]: Springer-Verlag New York, Inc., 1985. (Texts & Monographs in Computer Science).

PROVOT, X. Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior. In: *IN GRAPHICS INTERFACE*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 147–154.

QT. Qt project - cross-platform GUI library. Disponível em: <a href="http://qt-project.org/">http://qt-project.org/</a>>.

SGI - Silicon Graphics International. OpenGL - the industry's foundation for high performance graphics. Disponível em: <a href="http://www.opengl.org">http://www.opengl.org</a>>.

SIMNETT, T. J. R.; LAYCOCK, S. D.; DAY, A. M. An edge-based approach to adaptively refining a mesh for cloth deformation. In: *Theory and Practice of Computer Graphics*. [S.l.]: Eurographics Association, 2009. p. 77–84.

TERZOPOULOS, D.; PLATT, J.; BARR, A.; FLEISCHERT, K. Elastically deformable models. *Computer Graphics*, v. 21, p. 205–214, 1987.

TERZOPOULOS, D.; WITKIN, A. Physically based models with rigid and deformable components. *IEEE Comput. Graph. Appl.*, IEEE Computer Society Press, v. 8, n. 6, p. 41–51, nov. 1988.

THINGVOLD, J. A.; COHEN, E. Physical modeling with b-spline surfaces for interactive design and animation. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, ACM, v. 24, n. 2, p. 129–137, fev. 1990.
THOMASZEWSKI, B.; PABST, S.; STRAßER, W. Continuum-based strain limiting. *Computer Graphics Forum*, Blackwell Publishing Ltd, v. 28, n. 2, p. 569–576, 2009.

THOMASZEWSKI, B.; WACKER, M.; STRAßER, W. A consistent bending model for cloth simulation with corotational subdivision finite elements. In: *Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*. [S.1.]: Eurographics Association, 2006. (SCA '06), p. 107–116.

TSIKNIS, K. D. *Better Cloth Through Unbiased Strain Limiting and Physics-Aware Subdivision*. Dissertação (Mestrado) — The University of British Columbia, 2006.

TYCOWICZ, C. von; KäLBERER, F.; POLTHIER, K. Context-based coding of adaptive multiresolution meshes. *Computer Graphics Forum*, p. 2231–2245, 2011.

VASSILEV, T.; SPANLANG, B.; CHRYSANTHOU, Y. Fast cloth animation on walking avatars. *Computer Graphics Forum*, Blackwell Publishers Ltd, v. 20, n. 3, p. 260–267, 2001.

VELHO, L.; GOMES, J. Variable resolution 4-k meshes: Concepts and applications. *Computer Graphics Forum*, Blackwell Publishers, v. 19, n. 4, 2000.

VELHO, L.; ZORIN, D. 4-8 subdivision. *Computer Aided Geometric Design*, v. 18, n. 5, p. 397–427, 2001.

VERLET, L. Computer "experiments" on classical fluids. i. thermodynamical properties of lennard-jones molecules. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 159, p. 98–103, jul. 1967.

VILLARD, J.; BOROUCHAKI, H. Adaptive meshing for cloth animation. In: *In Proceedings of the 11th International Meshing Roundtable (IMR 2002)*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 243–252.

VOLINO, P.; COURCHESNE, M.; MAGNENAT-THALMANN, N. Versatile and efficient techniques for simulating cloth and other deformable objects. In: *Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. [S.1.]: ACM, 1995. (SIGGRAPH '95), p. 137–144.

VOLINO, P.; MAGNENAT-THALMANN, N. Simple linear bending stiffness in particle systems. In: *Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*. [S.l.]: Eurographics Association, 2006. (SCA '06), p. 101–105.

VOLINO, P.; MAGNENAT-THALMANN, N.; FAURE, F. A simple approach to non linear tensile stiffness for accurate cloth simulation. In: *SIGGRAPH 2010*. [S.I.]: ACM Transactions on Graphics, 2010. p. 105–116.

WANG, R. *Adaptive cloth simulation*. Pittsburgh, USA: [s.n.], 2002. Bachelors thesis, Carnegie Mellon University.

WANG, X.; DEVARAJAN, V. 1d and 2d structured mass-spring models with preload. *The Visual Computer*, v. 21, n. 7, p. 429–448, 2005.

WANG, X.; DEVARAJAN, V. Improved 2d mass-spring-damper model with unstructured triangular meshes. *The Visual Computer*, v. 24, n. 1, p. 57–75, 2008.

YUAN, W.; CHEN, Y.; GAGALOWICZ, A. Meshless virtual cloth. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Computer Vision/Computer Graphics CollaborationTechniques*. [S.l.]: Springer-Verlag, 2009. (MIRAGE '09), p. 308–320.

YUAN, W.; CHEN, Y.; GAGALOWICZ, A.; LIU, K. Application of meshless local petrov-galerkin (mlpg) method in cloth simulation. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*, v. 35, n. 2, p. 133–154, 2008.

ZHANG, D.; YUEN, M. M.-F. Cloth simulation using multilevel meshes. *Computers & Graphics*, v. 25, n. 3, p. 383–389, 2001.

ZHOU, C.; ZHU, H.; JIN, X.; FENG, J. Efficient and simple cloth animation. In: *Proceedings of the Ninth International Conference on Computer Aided Design and Computer Graphics*. [S.l.]: IEEE Computer Society, 2005. (CAD-CG '05), p. 483–488.